Ⅳ－179　リンク交通量の相関性を考慮した合理的期待均衡モデル

鳥取大学　学生員 ○井川　修
鳥取大学　学生員　藤高勝己
鳥取大学　正　員　小林潔司

１．はじめに

合理的期待均衡（ＲＥＥ）モデルは、不完備な経路情報を有するドライバーが経路所要時間に関して合理的期待を形成するという行動仮説（合理的期待仮説）に基づいて導出された交通均衡モデルである。本研究では、参考文献1)で提案されたＲＥＥモデルに対して以下の拡張を試みる。すなわち、1)非線形走行時間関数を用いる、2)リンク交通量の相関性を考慮することとする。

２．合理的期待形成仮説

ドライバーは、選択可能な経路の走行条件を不確実な経路情報の下で予測し、期待効用を最大にするような経路を選択する。ドライバーは、獲得した経路情報を蓄積することによって彼の予測メカニズムを逐次修正していく。このときひとつの長期的な均衡状態として「ドライバーの主観的な経路条件の変動が客観的に実現する変動と一致する」ような状態を考えることができる。すなわち、ドライバーは経路の走行条件に対して合理的な期待を形成すると考えられる。このような均衡状態を合理的期待均衡と呼ぶ。

３．経路選択行動の定式化

ＲＥＥモデルの基礎となるドライバーの経路選択行動を定式化する。ドライバーは経路所要時間の不確実性をその平均値と分散値で判断すると仮定する。いまリンクの所要時間を平均μ_z, 分散σ_z^2と表す。ドライバーtのＯＤペアkの経路aに対する効用U_{at}が、経路aの所要時間t_a^kの期待値T_a^k, 分散S_a^{k2}, 誤差項ξ_{at}^kの関数により表現できると考える。

$$U_{at}^k=-(T_a^k+\zeta S_a^{k2}/2)+\xi_{at}^k \tag{1}$$

ここに、ζはドライバーのリスク回避の程度を表すパラメーターである。いま、ξ_{at}が、分散$1/\lambda^2$のワイブル分布にしたがって分布すると考えるとドライバーがＯＤペアkの経路aを選択する確率は、

$$P_a^k=\frac{\exp\{\lambda EU_a^k\}}{\Sigma_{b\in\theta^k}\exp\{\lambda EU_b^k\}} \tag{2}$$

と表される。なお、θ^kはＯＤペアkにおける経路集合である。

４．ＲＥＥモデルの定式化

合理的期待均衡モデルでは、各リンクの走行時間の期待値μ_z, 分散σ_z^2が客観的に実現する値と一致すると考える。経路交通量の分布はＯＤ交通量と経路選択確率をパラメーターとした多項分布で与えられる。経路交通量が$q=(q^1,---,q^N)$となる同時生起確率$P(q)$は

$$P(q)=\Pi_{k\in\Delta}Q^k!\,\Pi_{a\in\theta^k}\frac{(P_a^k)^{q_a^k}}{q_a^k!} \tag{3}$$

と表される。ただしNは経路数であり、Q^kはＯＤペアkの交通量、ΔはＯＤペアの集合である。ＯＤ交通量が十分大きい場合、式(2)より求まる経路交通量は期待値$E[q]=\{E(q_a^k)\}$, 共分散行列Σを持つ正規分布$MVN(E[q],\Sigma)$で近似できる。ただし$E[q_a^k]=Q^kP_a^k$, 共分散行列の各要素は$Var[q_a^k]=Q^kP_a^k(1-P_a^k)$, $Cov[q_a^k,q_{a'}^k]=-Q^kP_a^kP_{a'}^k(a\neq a')$, $Cov[q_a^k,q_{a'}^{k'}]=0(k\neq k')$で与えられる。リンク走行時間が非線形関数

$$\tau_z=g(X_z)=\alpha_z+\beta_z X_z^{\gamma_z} \tag{4}$$

で表されると仮定しよう。ここでα_z, β_z, γ_zはパラメーターである。X_zはリンクZの交通量であり、$\delta_{a,z}$を0-1変数とすると$X_z=\Sigma_k\Sigma_{a\in\theta^k}\delta_{a,z}\,q_a^k$となる。式(4)を$X_z$の平均値$\eta_z$に関してテーラー級数に展開すると

$$\tau_z=g(\eta_z)+(X_z-\eta_z)\frac{dg}{dX_z}+(X_z-\eta_z)^2\frac{d^2g}{dX_z^2}+\cdots \tag{5}$$

と表せる。級数を一次の項で打ち切るとリンクZの所要時間の期待値μ_z, リスクσ_z^2は次式で近似できる。

$$\mu_z=\alpha_z+\beta_z(\Sigma_kQ^k\Sigma_a\delta_{a,z}P_a^k)^{\gamma_z}$$

$$\sigma_z^2=\Sigma_kQ^k\Sigma_a\delta_{a,z}P_a^k(1-P_a^k)\left(\frac{dg}{dX_z}\right)^2 \tag{6}$$

ただし、$dg/dX_z=\beta_z\gamma_z X_z^{\gamma_z-1}$である。$X_z$の分散が$g(\eta_z)$に比較して小さければ、非線形の走行時間関数であっても式(6)の近似解は実用的に十分であると考えられる。

同一経路が異なるリンクを通過する以上、リンク交通量の間には相関性が存在する。経路走行時間をリンク走行時間の加法和$T_a=\Sigma_{z\in\kappa_a}g(X_z)$で表そう。$\kappa_a$は経

路aを構成するすべてのリンクの集合を表す。T_aをX_zの期待値η_zのまわりでテーラー展開をすると次式のようになる。

$$T_a=\Sigma_{z\in\kappa_a} g(\eta_z)+\Sigma_{z\in\kappa_a}(X_z-\eta_z)\frac{\partial g}{\partial X_z}$$
$$+\quad \Sigma_z\Sigma_{z'}{}_{z,z'\in\kappa_a}(X_z-\eta_z)(X_{z'}-\eta_{z'})\frac{\partial^2 g}{\partial X_z \partial X_{z'}}$$
$$+\cdots \tag{7}$$

式(7)より経路走行時間の期待値T_aおよび分散$S_a{}^2$は次式のように表せる。

$$T_a=\Sigma_{z\in\kappa} g(\eta_z)$$
$$=\Sigma_{z\in\kappa_a}\{\alpha_z+\beta_z(\Sigma_k Q^k \Sigma_a \delta_{a,z} P_a{}^k)^{\gamma_z}\}$$

$$S_a{}^2=\mathrm{Var}[t_a]$$
$$=\Sigma_{z\in\kappa_a}\mathrm{Var}[\tau_z]+\Sigma_z\Sigma_{z'}{}_{z\neq z'}\mathrm{Cov}[\tau_z,\tau_{z'}] \tag{8}$$

この時、リンク走行時間の分散と共分散は

$$\mathrm{Var}[\tau_z]=\nu_z{}^2\mathrm{Var}[X_z]$$
$$\mathrm{Cov}[\tau_z,\tau_{z'}]=\nu_z\nu_{z'}\mathrm{Cov}[X_z,X_{z'}] \tag{9}$$

と表される。ここで、ν_zは$(dg/dX_z)|_{X_z=\eta_z}$であり、$dg/dX_z=\beta_z\gamma_z(\Sigma_k Q^k\Sigma_a\delta_{a,z}P_a{}^k)^{\gamma_z-1}$である。リンク交通量$X_z$の分散と共分散は次式のようになる。

$$\mathrm{Var}[X_z]=\Sigma_k Q^k\Sigma_a\delta_{a,z}P_a{}^k(1-P_a{}^k)$$
$$\mathrm{Cov}[X_z,X_{z'}]=-\Sigma_k Q^k(\Sigma_a\delta_{a,z}P_a{}^k)(\Sigma_b\delta_{b,z'}P_b{}^k) \tag{10}$$

ただし$a\neq b$である。ここで、式(1)における期待値およびリスクが経路選択確率の関数$\mu_z=\mu_z(P)$, $\sigma_z{}^2=\sigma_z{}^2(P)$であることに着目すれば、合理的期待均衡は不動点問題

$$P_a{}^k=\frac{\exp\{\lambda EU_a{}^k(P)\}}{\Sigma_{b\in\theta^k}\exp\{\lambda EU_b{}^k(P)\}} \tag{11}$$

を満足する$P_a{}^{k*}$として求まる。ただし$EU_a{}^k(P)=-(T_a{}^k+\zeta S_a{}^{k2}/2)$である。

5．計算事例

配分計算は図-1に示すネットワークを対象とした。走行時間関数のパラメーターの値を図-2に示す。ＯＤペアは図中のノードの組1-4(ＯＤペア1)と3-2(ＯＤペア2)をとる。各ＯＤペア間に代替経路を6本設定した。ＯＤペア1の経路を示すノード番号の順列を図-2に示す。ドライバーを危険中立型(a群)と危険回避型(b群)の二種類に分類し、配分計算を行った。

図-3より、b群のドライバーの危険回避度が大きくなれば、リスクの大きい中心リンクを通る経路2,3,4,5を通るドライバーの数が減少することが読み取れる。一方、危険中立型のドライバーはリスクが大きくても利便性が高い中心リンクを利用する経路に集中することがわかる。

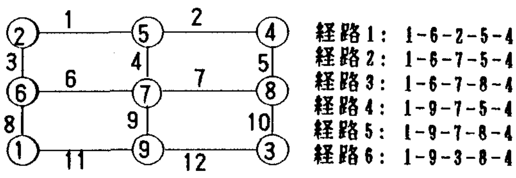

図-1 対象ネットワークと配分経路

リンク番号	α	β	γ	リンク番号	α	β	γ	リンク番号	α	β	γ
1	30	0.001	1.2	5	40	0.001	1.2	9	10	0.01	1.2
2	30	0.001	1.2	6	10	0.001	1.2	10	40	0.001	1.2
3	30	0.001	1.2	7	10	0.01	1.2	11	20	0.001	1.2
4	10	0.01	1.2	8	30	0.001	1.2	12	20	0.001	1.2

図-2 リンク走行時間関数のパラメーター値

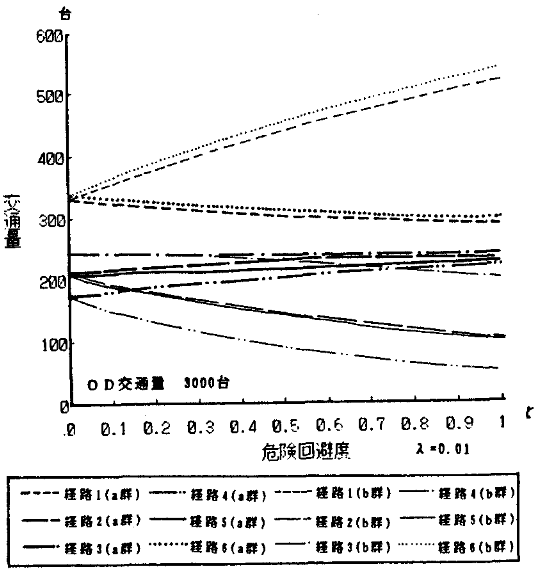

図-3 ＯＤペア1の配分結果

6．おわりに

本研究では、リンク交通量の相関性を考慮したような合理的期待均衡モデルについて考察した。今後はＲＥＥモデルのパラメーター推計方法に関する研究を行う必要がある。

参考文献

1)小林潔司：不完備情報下における交通均衡に関する研究，土木計画学研究・論文集8, 1990, pp. 81-88.