# Ⅳ-65　施工分野における輸送計画問題へのファジィ理論の適用に関する研究

名古屋工業大学　学生員　○和田　かおる
五洋建設（株）　正　員　　高橋　剛士
名古屋工業大学　正　員　　山本　幸司

## １．はじめに

従来、土工計画の策定には古典的輸送問題を適用したシステム化が行われてきた。しかし運土計画を立てる際に、需要量、供給量、輸送距離あるいは輸送単価すべてを確定量として把握できない場合も多く、このような場合には古典的輸送問題として定式化を行うことができない。したがって本研究では、これら不確定量を取扱えるよう輸送問題にファジィ理論を適用して定式化を行い、そのアルゴリズムを提案する。

## ２．ファジィ輸送問題の定式化

輸送問題を定式化する際、需要量、供給量と輸送距離あるいは輸送単価ではモデル化における性質が異なるため、輸送距離に不確定要素を含む場合については問題が複雑となり、現段階では解析が困難となることを考慮し、本稿では需要量、供給量のみに不確定要素を含む場合について検討を行う。まず不確定要素を含む供給量、需要量をファジィ数 $\tilde{a}_i = [a_i, \bar{a}_i]$、$\tilde{b}_j = [b_j, \bar{b}_j]$ として表すことにする。図－１は供給量に対するメンバーシップ関数の一例を示し、需要量についても同様なメンバーシップ関数で表すことができる。このようなファジィ数を用いることにより、従来の古典的輸送問題は次のように定式化し直すことができる。

【目的関数】 $Z = c(\{x_{ij}\}) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_{ij} x_{ij} \to \min$

【制約関数】 $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \,\tilde{=}\, \tilde{a}_i$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \,\tilde{=}\, \tilde{b}_j$$

$$x_{ij} \geqq 0 \qquad (1)$$

そして目的関数に対して、意思決定者の満足度を表すファジイ目標 $\mu_{\tilde{G}}(\{x_{ij}\})$ を次のように仮定する。

$$\mu_{\tilde{G}}(x) = \begin{cases} 1 & (x < c_0) \\ f(x) & (x \geqq c_0) \end{cases} \qquad (2)$$

ここで $f(x)$ は図－２に示すように、ある値 $c_0$ 以下では１をとり、それ以上では０に向けて減少する関数とする。このようなファジィ目標 $\mu_{\tilde{G}}$ を与えることにより、もとの問題を次のように変換することができる。

$$\mu_{\tilde{G}}(c(\{x_{ij}\})) \wedge \mu_{\tilde{C}}(\{x_{ij}\}) \to \max \qquad (3)$$

ここで

$$\mu_{\tilde{C}}(\{x_{ij}\}) = \sum_{i=1}^{m} \mu_{\tilde{a}}(\Sigma x_{ij}) \wedge \sum_{j=1}^{n} \mu_{\tilde{b}}(\Sigma x_{ij}) \qquad (4)$$

そしてこの問題の解は、パラメトリック計画法導入により次式を解けばよいことになる。

$$\lambda \to \max$$
$$\mu_{\tilde{G}}(c(\{x_{ij}\})) \geqq \lambda$$
$$\mu_{\tilde{a}}(\{x_{ij}\}) \geqq \lambda$$
$$\mu_{\tilde{b}}(\{x_{ij}\}) \geqq \lambda$$
$$\lambda \geqq 0,\ x_{ij} \geqq 0 \qquad (5)$$

すなわち、ファジィ目標とファジィ制約に対する最低の満足度λを最大化すればよく、この問題を解くため満足度を表すパラメータｒを導入し、各需要量、供給量に図－１のような（1-r)-cutを施し、式（１）を以下のように変換する。

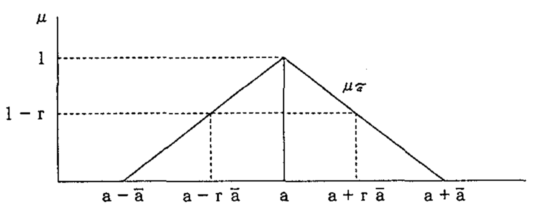
$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \to \min$$
$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \in [a_i - r\bar{a}_i,\ a_i + r\bar{a}_i]$$
$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \in [b_j - r\bar{b}_j,\ b_j + r\bar{b}_j]$$
$$x_{ij} \geqq 0,\ r \in [1-\bar{r},\ 1] \qquad (6)$$

ここで

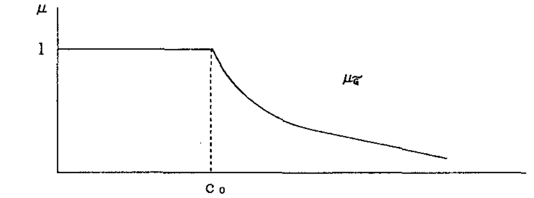
$$\bar{r} = \sup_x \mu_{\tilde{a}\cap\tilde{b}}(x)\ (\tilde{a} = \Sigma_i \tilde{a}_i,\ \tilde{b} = \Sigma_j \tilde{b}_j) \qquad (7)$$

であり、$\bar{r}$ は制約条件 $\mu_{\tilde{C}}$ を最大に満たす満足度である。これより表－１に示すパラメトリック輸送問題を作成し、これを従来の輸送問題と同様に解くとパラメータｒを含む解が得られる。したがって式（３）は以下に示すようにパラメータｒで表され、この条件を満たすようにパラメータｒを決定することになる。

$$\mu_{\tilde{G}}(\{x_{ij}(r)\}) \wedge (1-r) \to \max \qquad (8)$$




図－１　供給量のメンバーシップ関数




図－２　ファジィ目標のメンバーシップ関数

## ３．パラメータｒの場合分けアルゴリズム

表－１に示すように変換される輸送問題に対し、北西隅ルールに従って初期基底解を決定する際、各需要量、供給量がパラメータｒを含んでいるために、これらの大小がｒに依存することになる。このためｒの場合分けを行い、それぞれの場合に応じて初期基底解を求めなければならない。この計算過程は二分木を形成する作業として表現することができ、以下のようになる。

step１：$r \in [1-\bar{r},\ 1]$ とする。

step２：北西隅ルールに従い初期解を決定し、場合分けの必要が生じたら現在の位置および $a_i$、$b_j$ を記憶してstep３へ、最後のマスに解が入ればstep４へ進む。

step３：境界となるｒを求め、マスを右へ一つ進めるようにｒの範囲を決めなおしstep２へ戻る。

step４：ある範囲のｒに対する初期解が得られたので、これに対して解の改善を行う。

step５：これまで求めた境界となるｒのうち、最後に決定したｒに戻り $a_i$、$b_j$ を復元する。

step６：前回とは場合を変えてマスを一つ下へ進めるようｒの範囲を決定しstep２へ戻る。

このようにして実行可能解が求められるが、得られた解が整数とならない場合は解を改善する必要がある。

## ４．需要量、供給量に対する制約

ファジィ輸送問題では式（６）において、以下の条件が存在した。

$$r \in [1-\bar{r},\ 1] \qquad (9)$$

ここで $1-\bar{r}>1$ すなわち $\bar{r}<0$ となる場合は、総需要量、総供給量のメンバーシップ関数が共通集合を持たないことを示し、以後計算は実行不可能となる。そこでこれらのメンバーシップ関数に共通集合が存在するための需要量、供給量の関係を示すと、次のようになる。

$$|a-b| < \bar{a}+\bar{b} \qquad (10)$$

ところで古典的輸送問題では需要量と供給量に関して

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j \qquad (11)$$

なる条件が存在したが、ファジィ輸送問題ではこのような条件が存在しない。そこで不確定要素を含む需要量、供給量に対して次式を仮定する。

$$\sum_{i=1}^{m} \tilde{a}_i = \sum_{j=1}^{n} \tilde{b}_j \qquad (12)$$

すなわち総需要量と総供給量が「およそ等しい」と考える。この「およそ等しい」という関係を数量的に扱うために、DuboisとPradeは

$$\mathrm{Pos}(\tilde{a}=\tilde{b}) \equiv \sup_x \min(\mu_{\tilde{a}}(x),\ \mu_{\tilde{b}}(x)) \qquad (13)$$

という指標を定義した。これは「ａとｂが等しい可能性の度合」を示したもので、ファジィ輸送問題に対して非負の条件を仮定すれば、

$$a + r\bar{a} \geqq b - r\bar{b}$$

かつ

$$a - r\bar{a} \leqq b + r\bar{b} \qquad (14)$$

と表すことができ、

$$|a-b| < \bar{a}+\bar{b} \qquad (15)$$

が得られ、式（10）と一致する。したがってファジィ輸送問題では、古典的輸送問題における式（11）の条件の代わりに式（12）すなわち式（15）が必要となることが明らかになった。

## ５．結論

都市土木において発生する残土輸送および宅地造成、埋立工事等のような運土工事において、需要量、供給量に不確定要素が含まれる場合の土量配分計画立案に対して、輸送量のあいまいさを意思決定の際に評価できるファジィ理論を取上げた。本研究によりファジィ輸送問題をコンピュータによって処理させるためのアルゴリズムを提案することができ、またファジィ輸送問題の定式化において、実行可能を保証するための需要量、供給量の制約が明らかになった。なお適用事例は紙面の都合上、講演時に示す。

【参考文献】


１）Stefan CHANAS, Waidemar KOLODZIEJCZYK, Anna MACHAJ : A FUZZY APPROACH TO THE TRANSPORTATION ALGORITHM, Fuzzy Sets and Systems 11, pp.211-221,1984.

２）和田、山本：日程・作業空間上制約のある大規模土工計画のシステム化、第８回建設マネジメント問題に関する研究発表・討論会講演集、pp.205-210、1990


表－１　パラメトリック輸送問題

| 需要B ＼ 供給B | 1 | 2 | … | n | $1^*$ | $2^*$ | | $n^*$ | FR | 供給量 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $c_{11}$ | $c_{12}$ | … | $c_{1n}$ | $c_{11}$ | $c_{12}$ | … | $c_{1n}$ | M | $a_1-r\bar{a}_1$ |
| 2 | $c_{21}$ | $c_{22}$ | … | $c_{2n}$ | $c_{21}$ | $c_{22}$ | … | $c_{2n}$ | M | $a_2-r\bar{a}_2$ |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | | ⋮ | ⋮ | ⋮ | | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| m | $c_{m1}$ | $c_{m2}$ | … | $c_{mn}$ | $c_{m1}$ | $c_{m2}$ | … | $c_{mn}$ | M | $a_m-r\bar{a}_m$ |
| $1^*$ | $c_{11}$ | $c_{12}$ | … | $c_{1n}$ | $c_{11}$ | $c_{12}$ | … | $c_{1n}$ | 0 | $2r\bar{a}_1$ |
| $2^*$ | $c_{21}$ | $c_{22}$ | … | $c_{2n}$ | $c_{21}$ | $c_{22}$ | … | $c_{2n}$ | 0 | $2r\bar{a}_2$ |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | | ⋮ | ⋮ | ⋮ | | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| $m^*$ | $c_{m1}$ | $c_{m2}$ | … | $c_{mn}$ | $c_{m1}$ | $c_{m2}$ | … | $c_{mn}$ | 0 | $2r\bar{a}_m$ |
| FD | M | M | … | M | 0 | 0 | … | 0 | 0 | $2r\Sigma_j\bar{b}_j$ |
| 需要量 | $b_1-r\bar{b}_1$ | $b_2-r\bar{b}_2$ | … | $b_n-r\bar{b}_n$ | $2r\bar{b}_1$ | $2r\bar{b}_2$ | … | $2r\bar{b}_n$ | $(\Sigma_i a_i-\Sigma_j b_j)+(\Sigma_i\bar{a}_i+\Sigma_j\bar{b}_j)r$ | |