

鳥取大学工学部 正会員 清水正喜
 日本道路公団 正会員○渡辺芳弘
 鳥取大学大学院 学生会員 上野敏光

1. はじめに

弾塑性地盤を対象とする非線形有限要素解析では、初期応力法が最も有効とされているが、反復計算の過程で降伏条件を満足する正しい応力状態を求めることは必ずしも容易でない。本報告では、応力を降伏曲面上にリターンマッピングする手法の一つである中点法(Midpoint rule)¹⁾において2, 3の改良を施し、弾塑性地盤上の浅い基礎の平面ひずみ支持力問題に適用した結果について述べる。

2. 中点法 (Midpoint Rule)

初期応力法において第n荷重増分に対する反復の過程で、m回目の反復による解 $\{\Delta q\}_m$ から次の反復のために荷重修正項 $\{\Delta L\}_m$ を求める²⁾。

$\{\Delta L\}_m$ は $\{a\} = \{\partial f / \partial \sigma\}$ と $\{r\} = \{\partial g / \partial \sigma\}$ の関数である。 $f = 0$ は降伏条件、 g は塑性ポテンシャル。 $\{a\}$ と $\{r\}$ は降伏曲面上にある応力状態に対して評価しなければならない。 $\{a\}$ は $n-1$ の $\{\sigma\}$ で評価する。中点法では

2つの既知の応力状態 $\{\sigma\}_0$ と $\{\sigma\}_m^{(k-1)}$ から $\{r\}$ を次式で評価する：

$$\{r\}_m^{(k)} = \{r\}_0 + \alpha \{\sigma\}_m^{(k-1)} \quad (1)$$

$$\{\sigma\}_m^{(0)} = \{\sigma\}_0 \quad (2)$$

$\{r\}_m^{(k)}$ に基づいて計算される応力状態を $\{\sigma\}_m^{(k)}$ とする。後述の解析例では $\alpha = 1/2$ とした。

一般に、 $\{\sigma\}_m^{(k=1)}$ は $f = 0$ を満足しないので反復計算が必要である。 k はその反復回数を表す。反復を行わない場合(RM0と書く)は、常に

$$\{r\}_m = \{r\}_{n-1}(\{\sigma\}) \quad (3)$$

反復を行う中で最も簡単な方法(RMと書く)は、

$$\{\sigma\}_0 = n-1(\{\sigma\}) \quad (4)$$

と置くことである。しかし $n-1$ の $\{\sigma\}$ が弾性領域にあって、第n荷重増分によって塑性に移行する場合、 $\{\sigma\}_0$ として降伏曲面上の応力：

$$\{\sigma\}_0 = n-1(\{\sigma\}) + \beta \{\Delta \sigma^E\}_m \quad (5)$$

を用いた方がよい(改良その1; RM1)。ここに β は、降伏関数が非線型の場合、試行錯誤によって決める必要がある。さらに、 $\{\Delta \sigma^P\}_m$ が大きいとき、収束に要するkの回数が大きくなったり、場合によっては収束しない。そこで、

$$\{\sigma\}_0 = \{\sigma\}_{m-1} \quad (6)$$

とする(改良その2; RM2)。 $\{\sigma\}_{m-1}$ は降伏関数を満足していることに留意する。

3. 解析条件

解析領域及びメッシュ分割を、図1に示す。15節点サブパラメトリック三角形要素を用いた。Drucker-Pragerの降伏基準を用い、弾完全塑性で関連流れ則の場合についてのみ解析を行った。基礎底面には摩擦があるものとした。基礎底面の変位 δ を増分 $\Delta \delta = 0, 0.1 (m)$ で与えた。4つのタイプ(I, II, III, II')の材料について解析を行った(表1)。

4. 解析結果と考察

表2に、材料および手法別に、計算に要した時間と、変位が1mのときの荷重を示した。図2に材

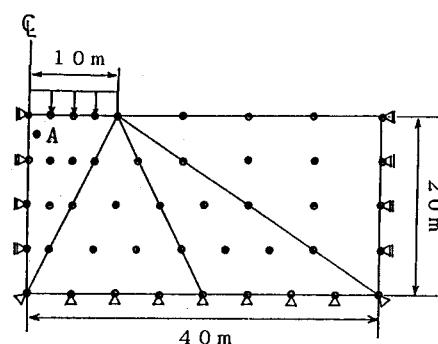


図1：解析領域とメッシュ分割

表1：解析に用いた材料タイプ

Material Type	Properties			
	ϕ' (deg)	c' (tf/m ²)	E (tf/m ²)	ν
I	30	0	1000	0.33
II	30	10	1000	0.33
III	0	20	1000	0.33
II'	30	10	3000	0.49

表2：解析結果（計算時間は材料III, RM2を基準とした；32ビットパソコンを使用）

Material Type	Execution Time			Load(tf/m ²)			
	RM	RM1	RM2	RMO	RM	RM1	RM2
I	x1	3.009	3.406	-	x1	54	52
II	x2	1.403	1.256	-	x2	106	105
III	1.013	1.000	1	92	80	80	80
II'	4.538	3.563	2.006	-	122	130	135

係を示す。この例では、精度良く応力の修正ができておらず、応力ひずみ関係も仮定した形が得られている。

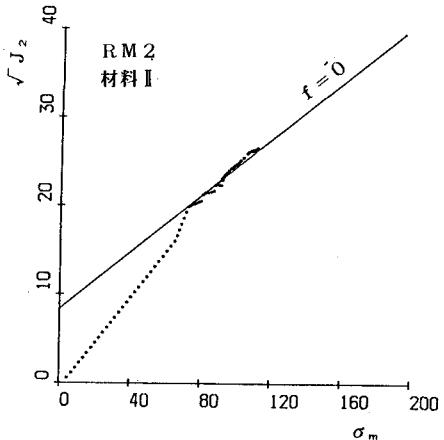


図3：有効応力経路（A点）

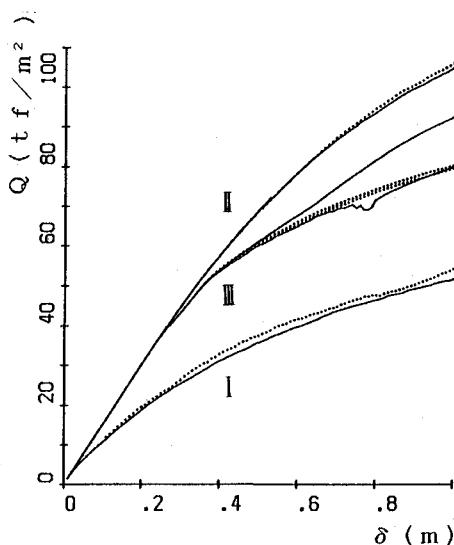
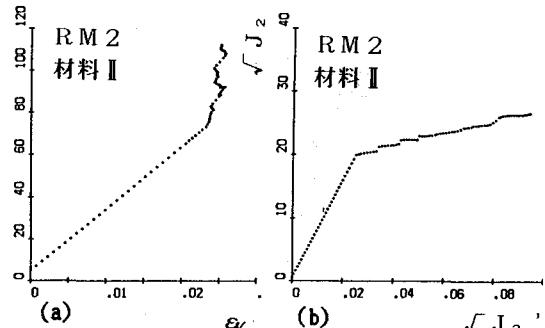


図2：荷重変位曲線

料タイプ（I～III）の荷重～変位関係を示す。

初期降伏を考慮しないRMでは、材料Iで $n=1$ 1回で、材料IIでは、 $n=5.4$ で収束しなかった。IIIでは、RMO((3式))でも解析を行ったが、変位が大きくなると荷重が中点法を導入したものに比べてかなり大きくなつた。

図3、図4に材料II、方法RM2の場合の点A（図1参照）における有効応力経路と応力ひずみ関

図4：応力ひずみ関係 (a) 平均応力と体積ひずみ (b) 偏差応力の2次不変量 ($\sqrt{J_2}$) とひずみの2次不変量 ($\sqrt{J_2'}$)

5. おわりに

初期応力法に改良した中点法を導入することで、弾塑性挙動を比較的精度良く解析できた。しかし、改良の効果は万能ではなく、材料タイプに依存し、 ϕ' 材料 ($c'=0$) の取扱が最も困難であることがわかった。

参考文献

- Ortiz, M. and Popov, E.P. (1985): Int. J. Num. Met. Eng., Vol.21, pp.1561-1576
- Thomas, J.N. (1984): Int. J. Num. Anal. Met. Geomech., Vol.8, pp.359-379