

名古屋大学 工学部 菅井 径世  
 名古屋大学 工学部 松尾 稔

### 1. はじめに

鋼管杭の打止め管理を考える時、極限支持力を構成する周面摩擦力と先端支持力を別々に、且つ正確に推定することは極めて重要であると思われる。これまでも、著者らは杭の先端支持力のみを推定する手法を提案しているが<sup>1)</sup>、本報告では杭頭変位波形だけを計測パラメータとし、杭の周面摩擦力のみを推定する手法を紹介する。

### 2. 基礎方程式

杭の極限支持力を推定する基礎方程式は、主にエネルギーの平衡方程式に基づく方法と波動理論に基づく方法の2つがある。しかしながら、杭体を質点と考えるエネルギーの平衡方程式を応用する方法では、周面摩擦力と先端支持力を別個に推定することができない。この点において波動理論に基づく支持力推定法は非常に有用であると言える。支持力推定のため、杭体内に発生する応力波を記述する運動基礎方程式には次の一次元波動方程式を仮定する<sup>2)</sup>。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + F \frac{\partial u}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{ただし、} \quad F = \frac{U}{\rho A_e} \cdot f \quad (1)$$

ここに、 $u(x, t)$  は杭の変位、 $x$  は杭軸方向に対する位置(杭頭を  $x = 0$ 、杭先端を  $x = l$  とする、 $l$ : 杭長)、 $t$  は時間(杭頭にハンマーが衝突する時刻を  $t = 0$  とする)、 $U$  は杭周長、 $\rho$  は杭の密度、 $A_e$  は杭の断面積、 $f$  は区間あたりの土の粘性抵抗係数である。一般に  $f$  は深さ方向に分布しており、 $x$  の関数となるが、本報告では深さ方向に平均的な  $f$  を求めることのみを目的とし、以下  $f$  を  $x$ 、 $t$  に関して定数と考える。周面摩擦力を推定するため、次に示す境界条件の基で式(1)を解法し、杭頭変位波形と土の粘性抵抗係数  $f$  の関係を求める。得られた関係を用い、光学式変位計により計測する杭頭変位波形から  $f$  を求める。最後に  $f$  に杭の貫入速度を乗じた値をもって単位面積あたりの周面摩擦力を推定する。

### 3. 解法に用いる境界条件

式(1)を解法するため境界条件として以下の2つを仮定する。

#### a) 境界条件 A 杭頭での力の釣り合い条件

ハンマーを質量  $M$  の質点と考え、これが自由落下し、初速度  $V$  で杭頭に衝突すると仮定する。衝突後、ハンマーの変位は杭頭の変位  $\varphi(t) (= u(0, t))$  と一致するので、ハンマーに働く力  $F_H$  は次式で与えられる。

$$F_H = -M \frac{\partial^2 u(0, t)}{\partial t^2} = -M \varphi''(t) \quad (2)$$

また、杭は完全弾性体と仮定されているので、杭頭に発生する力  $F_P$  は次式で表わすことができる。

$$F_P = -EA_e \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} \quad (3)$$

したがって、杭頭での力の釣り合い条件として次式を境界条件に用いることができる<sup>3)</sup>。

$$\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = m \varphi''(t) \quad \text{ただし、} \quad m = \frac{M}{EA_e} \quad (4)$$

上記の仮定は、油圧式ハンマー等、ドロップ式のハンマーのみに対して有効である。すなわち、ディーゼルハンマーを使用する杭打ち機等には適用できない。ただし、近年では公害問題、安全管理対策等の理由から杭打ち機の多くが油圧式ハンマーを採用していることを付記する。

#### b) 境界条件 B 変位境界条件

完全に静止している杭に、時刻  $t = 0$  でハンマーが衝突する。このとき杭頭に発生した応力は波速  $c$  で杭先端に向かって伝播する。波動が伝播するまでは杭体内のどの位置にも変位が生じないと仮定できるので

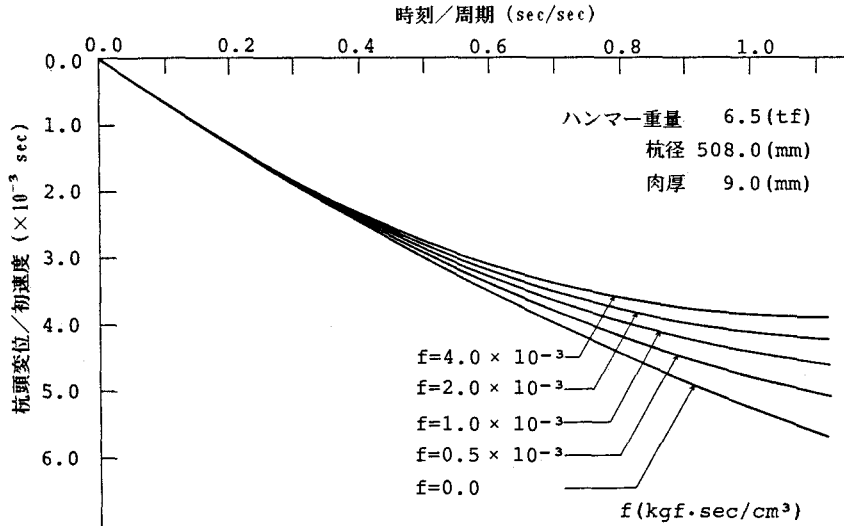


図-1: 提案する解析法による土の粘性抵抗係数と杭頭変位波形の関係

( $u(x, t) = 0, x \geq ct$ )、次式を境界条件に用いることができる。

$$u(x, t) = 0 \quad \text{at} \quad x = ct \quad (5)$$

#### 4. 波動方程式の解法

3で述べたように、 $t = 0$ で杭頭に発生した応力は波速 $c$ で杭先端に向かって伝播する。その後、時刻 $t = T/2$ ( $T$ :周期)で杭先端に到達し、この時点から杭先端に発生する反射波は時刻 $t = T$ で初めて杭頭に到達する。したがって、杭先端での反力が杭頭変位波形 $\varphi(t)$ に影響を及ぼすのは時刻 $t = T$ 以降であり、時間 $t \leq T$ で $\varphi(t)$ が地盤から受ける影響は周面に発生する応力にのみによる。以上の考察に基づき、時刻 $t = T$ までの $\varphi(t)$ をもって周面摩擦力の推定を行なうことができる。すなわち、時刻 $t = T$ では、杭先端地盤の性質の杭頭変位波形への影響は考慮しなくてよい。

式(1)は、電信方程式に変換することにより、Riemannの方法を用い、離散化して解くことができる<sup>4),5)</sup>。3で示した境界条件の基に、式(1)を解法して求めた杭頭変位波形 $\varphi(t)$ と $f$ の関係を図-1に示す。ただし、杭頭変位 $\varphi(t)$ は初速度 $V$ に比例するので、図の縦軸は $\varphi(t)$ を $V$ で除した値で整理している。図から分かるように、 $f$ が大きくなるほど杭頭変位は小さくなる。すなわち、この図から周期 $T$ における杭頭変位を初速度で除した値( $\varphi(T)/V$ )と $f$ の関係を知らることができるので、光学式変位計によって計測した $\varphi(T)$ と $V$ から $f$ を推定することができる。したがって、単位面積あたりの動的周面摩擦力は、簡便的に $f$ に $V$ を乗じた値をもって推定することができる。

#### 5. おわりに

図-1は、図中に示したような杭形状、ハンマー重量を用いて計算した結果である。これらの値は、現在、実現場で用いられている一般的な実杭の値であるが、杭形状やハンマー重量が異なる場合でも同様の図による周面摩擦力推定が可能であることを付記する。

#### 参考文献

- 1) 松尾 稔、菅井径世、中田茂之助、小関盾志：杭頭波形を利用した鋼管杭の動的支持力推定法に関する研究、杭の打ち込み性および波動理論の杭への応用に関するシンポジウム、土質学会、Pile Driving 国内委員会、平成元年1月、pp.111-114.
- 2) 本間雅人、川端規之、小山信夫、小菅秀一、田村隆雅、下坪賢一：地中の杭の形状計測技術の開発、杭の打ち込み性および波動理論の杭への応用に関するシンポジウム、土質学会、Pile Driving 国内委員会、平成元年1月、pp.95-98.
- 3) コシヤコフ、グリニエル、スミルノフ(藤田宏、池辺晃生、高見頼郎訳)：物理・工学における偏微分方程式上、岩波書店、1974、pp.69-73.
- 4) 加藤義夫：偏微分方程式、サイエンス社、昭和63年9月、pp.55-58.
- 5) 加藤千博：鋼管杭の打止め管理用支持力推定法に関する基礎的研究、名古屋大学卒業論文、1990.