

III-262 熱力学法則による損傷モデルの力学的評価に関する基礎的研究

名古屋大学大学院	学生会員	○	清木隆文
東海大学海洋学部	正会員		Ömer Aydan
名古屋大学工学部	正会員		市川康明
同 上	正会員		川本眺万

1. はじめに 不連続面の解析モデルとして不連続面を等価な連続体モデルで表現することが挙げられる。この考え方に従って Stummvoll ら^[2]は、京谷^[1]によって提案された損傷テンソルを熱力学の第二法則を説明する内部状態変数として等温場の Helmholtz の自由エネルギー^[3]を定式化している。本研究は、この等温場の自由エネルギーを導入して、まず、損傷一定での応力-ひずみ関係が説明できるかを検証し、つぎに、損傷が進展したときの応力-ひずみ関係の進展式を定式化して、実際問題が説明できるかどうかを検証した。この結果について報告する。

2. 損傷モデルの導入 熱力学の第二法則は、第一法則のエネルギー保存則を受けて熱と仕事が相互変化される方向を定義する。これを受けて熱の消散を表現するために内部状態変数を導入して Clausius-Duhem の不等式が定式化されている^[2]。この考え方を損傷によるエネルギー消散に適用して内部状態変数として損傷テンソルを導入し、つぎに示すような Helmholtz の自由エネルギー ψ を定式化した。この自由エネルギーは、損傷テンソル Ω とひずみ ε の関数である。

$$\rho\psi = \frac{1}{2}\varepsilon_{ij}K_{ijkl}\varepsilon_{kl} \tag{1}$$

ここで、 K_{ijkl} は、等方テンソル関数の3次以上の項を無視して変形したもので、

$$\begin{aligned} K_{ijkl} = & \lambda \delta_{ij}\delta_{kl} + \mu (\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) + \vartheta (\delta_{ij}\Omega_{kl} + \Omega_{ij}\delta_{kl}) \\ & + \eta (\delta_{ik}\Omega_{jl} + \delta_{il}\Omega_{jk} + \delta_{jk}\Omega_{il} + \delta_{jl}\Omega_{ik}) + \alpha \Omega_{hh}^{-1}\Omega_{ij}\Omega_{kl} \\ & + \beta \Omega_{hh}^{-1}(\delta_{ij}\Omega_{km}\Omega_{ml} + \Omega_{im}\Omega_{mj}\delta_{kl}) \\ & + \gamma \Omega_{hh}^{-1}(\delta_{ik}\Omega_{jm}\Omega_{ml} + \delta_{il}\Omega_{jm}\Omega_{mk} + \delta_{jk}\Omega_{im}\Omega_{ml} + \delta_{jl}\Omega_{im}\Omega_{mk}) + \Upsilon_{ijklmn}\Omega_{mn} \end{aligned} \tag{2}$$

と表される。最後の項 Υ_{ijklmn} は $-\delta_{KI}\delta_{LJ}(\delta_{IJ})(1 - \delta_{MK}\delta_{NL}) \cdot v$ と表され、 (δ_{IJ}) は、 $\varepsilon_{IJ} < 0$ のとき δ_{IJ} で、 $\varepsilon_{IJ} > 0$ のとき0である。ここで ρ 、 λ 、 μ はそれぞれ母岩の密度とLame定数である。この Helmholtz の自由エネルギーの未知量は、4階のテンソル K_{ijkl} 中の ϑ 、 η 、 α 、 β 、 γ 、 v の六つである。これらを直接求めることは困難であるので未知量としての二つの無次元量 L と M とLame定数で表すと $\eta = -M\mu/2$ 、 $\gamma = 3[M - 1]\mu/2$ 、 $v = 1/2\lambda + \mu$ 、 $\vartheta = -L\lambda$ 、 $\alpha = 3\lambda$ 、 $\beta = 3[L - 1]\lambda$ となる。

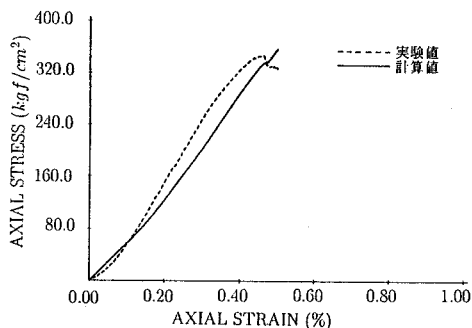
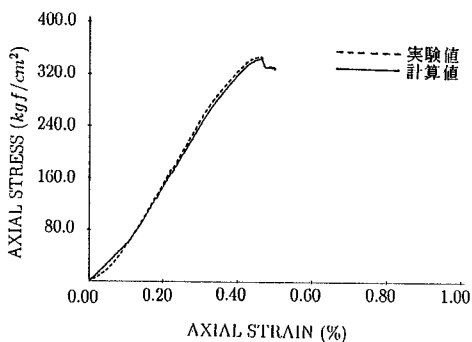
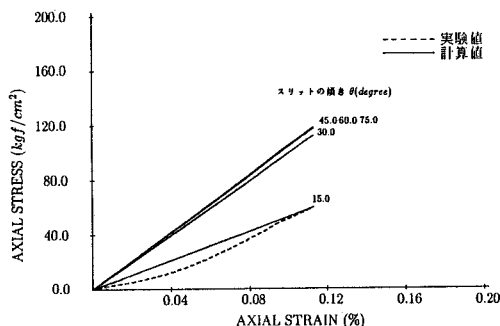
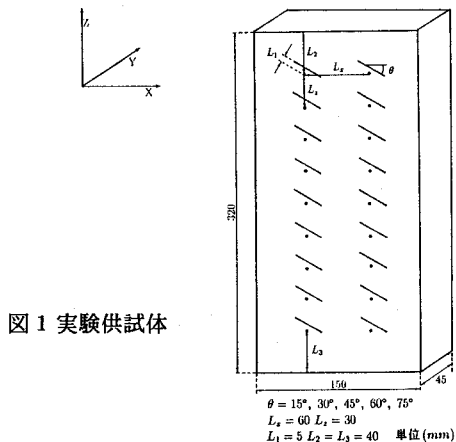
つぎにこの Helmholtz の自由エネルギーを用いた構成則を導入する。まず熱力学の第二法則より従わなければならない条件式は、 $\sigma_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij} - \rho\dot{\psi} \geq 0$ (Clausius-Duhem の不等式)、 $R_{ij}\dot{\Omega}_{ij} \leq 0$ (内部状態不等式)である。ここで R は、ひずみに対する応力と同じ関係に対応する Ω に共役な力であり、 $R_{ij} = \rho(\partial\psi/\partial\Omega_{ij})$ で与えられる応力と同じ単位を持つ熱力学的一般力である。つぎに損傷進展せず一定のときの応力-ひずみの構成則を

$$\sigma_{ij} = \rho \frac{\partial\psi}{\partial\varepsilon_{ij}} = K_{ijkl}\varepsilon_{kl} \tag{3}$$

と与える。損傷進展を考慮した構成則を定式化する手順として、まず損傷ポテンシャル Φ を定義し、 $\Phi = 0$ として損傷面を決める。これは R と Ω と荷重履歴の関数である。損傷面が外向き垂直方向に増加するとして $\dot{\Omega}_{mn} = \Gamma(\partial\Phi/\partial R_{mn})$ なる仮説を満足する必要がある。ここで Γ は、 $-\{(\partial\Phi/\partial R_{ij})\dot{R}_{ij}\}/\{(\partial\Phi/\partial\Omega_{mn})(\partial\Phi/\partial R_{mn})\}$ である。また、損傷が進展しても R と Ω は常に損傷面上にしなければならないので $\dot{\Phi} = (\partial\Phi/\partial R_{ij})\dot{R}_{ij} + (\partial\Phi/\partial\Omega_{mn})\dot{\Omega}_{mn} = 0$ (適合条件)を満たさなければならない。この仮説と適合条件より損傷と熱力学的一般力の関係は、 $\Omega_{kl} = A_{kl ij}R_{ij}$ となる増分形で表される。ここで $A_{kl ij}$ は、 $-\{(\partial\Phi/\partial R_{kl})(\partial\Phi/\partial R_{ij})\}/\{(\partial\Phi/\partial\Omega_{mn})(\partial\Phi/\partial R_{mn})\}$ である。また R は Ω と ε の関数であるので \dot{R}_{ij} は、 $(\partial R_{ij}/\partial\varepsilon_{mn})\dot{\varepsilon}_{mn} + (\partial R_{ij}/\partial\Omega_{kl})\dot{\Omega}_{kl}$ となる。これを $B_{ijmn}\dot{\varepsilon}_{mn} + C_{ijkl}\dot{\Omega}_{kl}$ と書き直す。この関係を用いて損傷とひずみの関係は $\dot{\Omega}_{kl} = D_{ijkl}^{-1}A_{ijop}B_{opmn}\dot{\varepsilon}_{mn}$ と表される。 D_{ijkl} は、 $\delta_{ik}\delta_{jl} - A_{ijmn}C_{mnlk}$ である。以上の関係より損傷が進展したときの構成則を

$$\dot{\sigma}_{ij} = K_{ijmn}\dot{\varepsilon}_{mn} + E_{ijkl}\dot{\Omega}_{kl} = K_{ijmn}\dot{\varepsilon}_{mn} + F_{ijop}\dot{\varepsilon}_{op} \tag{4}$$

として増分形で与える。ここで $E_{ijgh} = B_{ghij}$ 、 $F_{ijop} = E_{ijgh}D_{klgh}^{-1}A_{klmn}B_{mno p}$ である。



3. 実験方法とその結果 二つの無次元量を求めることを目的として図1のような初期き裂群をあらかじめ与えたモルタルの直方体供試体を作成し、ひずみ制御のもとで、ひずみ速度0.025%で一軸圧縮試験を行った。実験には310 tf/mmの高剛性圧縮試験機を使用した。ポアソン比は直径5 cm、高さ10 cmの円柱供試体を作成し、同様な一軸圧縮試験を行い決定した。この実験の測定項目は、軸応力、軸ひずみ、そして載荷面以外の面の残り2方向の側方ひずみである。

この実験によって得られた実験データを用いて無次元量 L と M を決定した。また、今回の実験で初期き裂の傾き 0° でスリットの枚数を減らした直方体供試体を作成し損傷の進展を追跡することを試みたが、良い結果が得られなかった。

4. 構成則の決定と実験値との比較 実験値を用いて損傷進展前の構成則(3)式を決定した。ここで損傷ゼロの直方体供試体の弾性係数を $1.403 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$ 、ポアソン比を0.09とした。この構成則による計算値を実験値と比較した結果、実験値を良く表現していることが判る(図2を参照)。図1の供試体の実験結果より無次元量 L と M が損傷が進展しても一定であるという条件をもとに逆解析を行って損傷の進展量を求めた。(4)式の一歩目の関係と実験値を比較した状態を図3に、そして損傷進展の開始をX方向の側方ひずみが急増した所として損傷ポテンシャルを決定してこれを導入した(4)式の二歩目の関係と実験値の比較を図4に示す。この二つを比較した結果、損傷ポテンシャルを導入しない構成則の方が実験値を良く表現していることが判った。

5. まとめ(1) 損傷進展する前の構成則は実験値を良く表現していることが判った。(2) 損傷進展後の構成則は、損傷の進展量を逆解析で求めた場合に実験値を良く表現しているが、損傷ポテンシャルを導入した場合は実験値を説明するには不十分であることが判った。

参考文献 [1] 京谷孝史, '不連続性岩盤の力学性評価における損傷力学の適用に関する基礎的研究', 名古屋大学博士論文, 1988 [2] M. Stumvoll, T. Kyoya, G. Swaboda and Y. Ichikawa, 'A Damage Model for Discontinuous Rock Mass Based on Thermodynamics Principles', Int. Assoc. Comp. Meths. & Adv. in Geomechanics, Cairns, May 1991 [3] B. D. Coleman, M. E. Gurtin, 'Thermodynamics with Internal State Variables', The Journal of Chemical Physics vol 47. No 2, 1967, pp. 597-613