

初期せん断された砂の応力・ひずみ関係の定式化

東京大学生産技術研究所 龍岡文夫
北海道大学工学部 遊谷 啓

はじめに: 初期せん断のある状態で圧密された供試体(三軸試験・平面ひずみ圧縮試験では異方圧密された供試体)のせん断応力 τ ~せん断ひずみ γ 関係を、初期せん断無しに圧密された供試体(三軸試験・平面ひずみ圧縮試験では等方圧密された供試体)の τ ~ γ 関係から推定する方法として、従来次の二つの方法がある。
方法(1): 初期せん断応力 τ_0 の無い場合の関数 $\tau = g_0(\gamma)$ を γ 軸方向に平行移動してそのまま用いる。即ち、

$$\tau = g_1(\gamma) = g_0(\gamma + \gamma_0), \quad \tau_0 = g_0(\gamma_0) \quad (1) \quad (\text{図1, 2を参照})$$

従って、ある応力レベル τ での割線せん断剛性率 $G_{s,n} = d\tau/d\gamma$ は、 τ_0 の大きさによらない。従って、「 τ_0 からせん断開始した時の初期せん断剛性率: $\{dg_1(\gamma)/d\gamma\}(\gamma=0)$ 」は、 $\tau_0 = 0$ の場合の初期最大せん断剛性率 $G_{s,max} = \{dg_0(\gamma)/d\gamma\}(\gamma=0)$ よりも遙かに小さくなる(図2b参照)。

方法(2): τ 軸を $(\tau_{max} - \tau_0)/\tau_{max}$ 倍した上で原点を τ_0 。だけ平行移動し、 γ 軸を $\tau_{max}/(\tau_{max} - \tau_0)$ 倍した上で $g_0(\gamma)$ を用いる。この場合、 $\{dg_1(\gamma)/d\gamma\}(\gamma=0) = G_{s,max}$ の条件を満足する。即ち、

$$\tau = g_1(\gamma) = \tau_0 + (\tau_{max} - \tau_0)/\tau_{max} \cdot g_0\{(\gamma \cdot \tau_{max})/(\tau_{max} - \tau_0)\} \quad (2)$$

この場合は、初期せん断があるために破壊に到るまでの応力・ひずみ関係全体が変化する。従って、ある応力レベル τ での $G_{s,n}$ は τ_0 が大きいほど大きくなる(図2(b)でのMethod 2の曲線)。

これまでの豊浦砂を用いた「等方圧密した供試体と応力比一定異方圧密した供試体の平面ひずみ圧縮試験」と「通常の一次元圧密した供試体と水平面上のせん断応力/直応力比で一定で圧密した供試体のねじり単純せん断試験」の結果によると、実際の現象は上記の二つの方法の間である¹⁾。即ち、図2に模式的に示すように、(a) $\tau_0 > 0$ の場合のせん断開始直後の応力・ひずみ関係は、 $\tau_0 = 0$ の時の $\tau = \tau_0$ からの応力・ひずみ関係とは全く異なり、むしろ $\tau = 0$ からの初期応力・ひずみ関係に類似である。初期最大せん断剛性率も τ_0 の値に依存しない(方法(2)のケース)。(b) ある程度せん断した後の応力~ひずみ関係は、初期せん断の無い場合の応力・ひずみ関係に復帰し、 $G_{s,n}$ は $\tau_0 = 0$ の場合の値になる(図2では点bから)(方法(1)のケース)。

初期せん断応力がある場合の応力・ひずみ関係の定式化: 初期せん断が無い場合の関数を、

$$y = f_0(x), \quad y = \tau/\tau_{max}: \text{正規化された応力}, \quad x = \gamma/\gamma_r: \text{正規化されたひずみ} (\gamma_r = \tau_{max}/G_{s,max}) \quad (3)$$

で表す。関数 $f_0(x)$ の詳細は文献2)を参照されたい。初期せん断応力のある場合の関数を $y = f_1(x)$ とする(図3)。正規化した初期せん断応力は y_0 であり、排水強度 (ϕ', τ_{max}) は y_0 によらないと考えて良い。 $f_1(x)$ を $f_0(x)$ と独立に定式化するのは煩雑であるので、両者を関連つける方法を考察する。今便宜のため、 $f_1(x)$ を x 軸方向に平行移動して初期点を点a(y_a, x_a)に移した関数を $f_2(x)$ とする(即ち、 $f_1(x) = f_2(x+x_a)$)。すると、点b(y_b, x_b)で $f_2(x)$ が $f_1(x)$ に復帰するとすると、「点aで $df_2(x)/dx = df_0(x)/dx = 1.0$ (Masingの第一則)、点bで $df_2(x)/dx = df_0(x)/dx < 1.0$ (滑らかな復帰)」と「応力点b(y_b, x_b)以降は $f_2(x) = f_0(x)$ 」と言う条件が上記(a),(b)の条件と対応する。前者の条件は、「点ab間での $y = f_2(x)$ の曲線形は $y = f_0(x)$ と相似である」ことを意味し、従って原点0と点aと点bが直線上にあることを意味する(図3)。従って、 $n = (y_b - y_a)/y_0$ として、 $y = y_0 \sim y_b$ の範囲で式(4)が得られる。式(5a), 式(5b)がまとめである。

$$y = f_2(x) = y_0 + n \cdot f_0\{(x - x_a)/n\}, \quad y_a/x_a = y_b/x_b \quad (4)$$

$$y = y_0 \sim y_b \text{の範囲: } y = f_1(x) = y_0 + n \cdot f_0(x/n) \quad (5a), \quad y = y_b \sim 1.0 \text{の範囲: } y = f_1(x) = f_0(x+x_a) \quad (5b)$$

式(5)は $y_a \geq 0.0$ の場合のみならず $y_a \leq 0.0$ の場合にも適用できる(図4)。即ち、

$$y_a \geq 0: n = (\alpha - 1)/\alpha \leq 1.0, \quad y_a \leq 0: n = (\alpha + 1)/\alpha \geq 1.0 \quad (\alpha = y_b/|y_a| \geq 1.0) \quad (6)$$

である。式(1)は、 $\alpha = 1.0$ で式(5a)の適用範囲がゼロである特殊な場合であり、式(2)は、 $y_b = 1.0$ の特殊な場合である。また、Masingの第1則、第2則は、「 $y_a \leq 0$ の場合で $\alpha = 1.0, n = 2$ であり、 $f_0(x)$ が繰返し載荷の時の骨格曲線である特殊な場合」である。

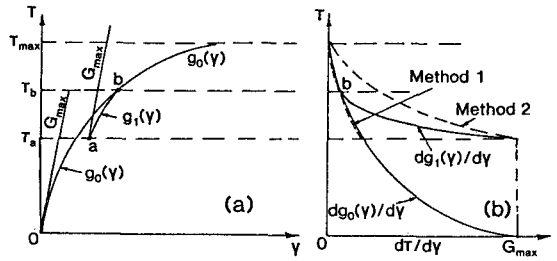
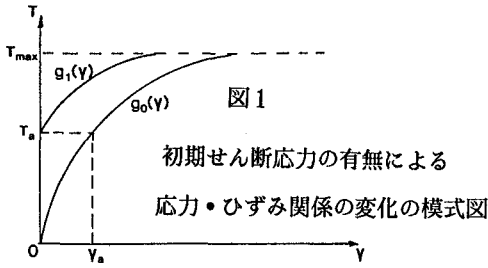


図2 実験結果、方法1、方法2の模式図

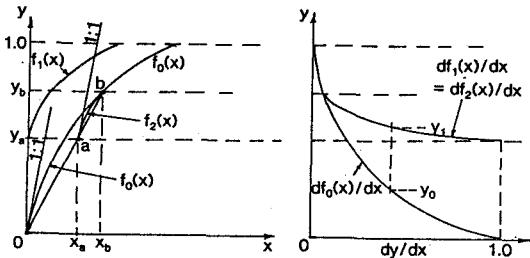


図3 式(4),(5)の説明

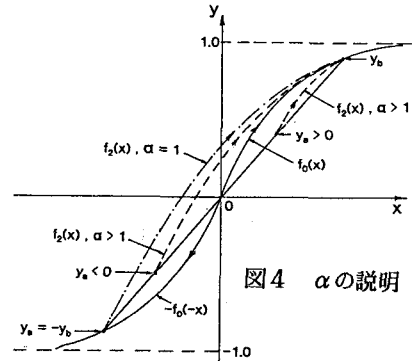


図4 αの説明

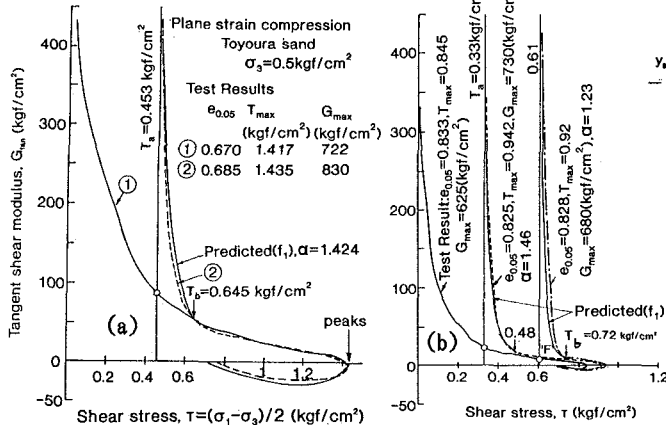


図5 平面ひずみ圧縮試験の解析:(a)dense (b)loose

(実験は安部文洋による)

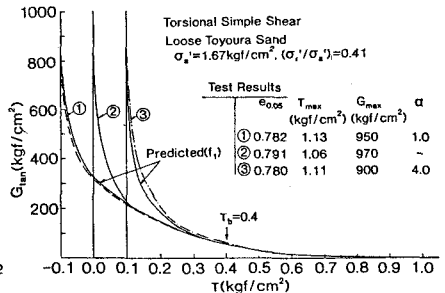


図6 ねじり単純せん断試験の解析
(実験はティチャフォラシンスクンによる)

データによる検討: 図5(a)に、密な豊浦砂の平面ひずみ圧縮試験での、初期せん断の無い場合 ($\tau_0 = 0$) の $G_{tan} = df_0(x)/dx \cdot G_{max}$ 、初期せん断がある場合 ($y_0 = 0.453/1.435 = 0.316$) の $G_{tan} = df_1(x)/dx \cdot G_{max}$ と y の関係の実測と、 $\alpha = \tau_b/\tau_a = 0.645/0.453 = 1.42$ とした式(5)から求まる関係(図中での f_1 の関係)を示す。ここで、同一の $df_0(x)/dx = f_1(x)/dx$ の値に対応する y の値をそれぞれ y_1 、 y_0 とすると、式(4)は

$$(y_1 - y_0)/(y_b - y_0) = y_0/y_b, \quad y_1 = y_0 \cdot (1 \pm 1/\alpha) + y_b \quad (+は y_0 \leq 0 \text{ の場合, } -は y_0 \geq 0 \text{ の場合}) \quad (7)$$

の関係を意味するので、これを利用して式(5)による $df_1(x)/dx$ の予測曲線を求められる。図5(b)には、同じくゆる詰め豊浦砂の平面ひずみ圧縮試験の結果と予測値を、図6には、豊浦砂のねじり単純せん断試験の結果と予測値を示す。何れの場合も、式(5)は実測を良くフィットしている。なお、 α は破壊に近づくほど1.0に近くならなくてはならない。従って、 y_0 の関数でなければならない。これは、今後の検討課題である。

あとがき: 砂に対して、初期せん断応力がある状態で圧密された砂の応力・ひずみ関係を、初期せん断が無い状態で圧密された場合の結果から推定する一方法を示した。今後は、特に α の値について検討を行いたい。

参考文献: 1) 澁谷啓・スポット、ティチャフォラシンスクン・安部文洋・龍岡文夫(1991): 土の変形係数に及ぼす初期せん断の影響、土質工学会、岡山、435-438頁、2) 龍岡文夫・澁谷啓(1991): 地盤材料の広い範囲のひずみでの応力・ひずみ関係について、土質工学会、長野