

1. 緒言

一般に自然堆積粘土は異方性を示すことが知られている。その一つは、堆積過程での応力、ひずみ、温度や化学反応などの履歴によって形成される異方性である。特に、土材料はその力学的な性質が応力状態に依存するため堆積過程に形成される異方性を応力誘導異方性としばしば呼ばれてきた。しかしながら、変形開始時を表現の原点にとれば、応力履歴誘導異方性と呼ぶ方がふさわしい。変形開始時を初期状態とすれば、応力履歴によって初期の内部構造が決定されているのだから、構造異方性と見なすこともできる。横等方性も内部構造の反映である(岡ら 1991)。一方、土材料の性質は、現在の応力状態にも大きく依存する。つまり、現在の応力状態が異方的であれば変形特性も異方性を示す。このような特徴は、現在の応力状態に起因する異方性と考えることもできる(佐武1984)。本研究においては、現在の応力に依存する異方性を考慮した粘土の弾粘塑性構成式の定式化について述べる。

2. 現在の応力状態に起因する異方性(現在応力誘導異方性)

既に、横等方性を考慮した弾粘塑性構成式をBoheler&Sawczuk(1977)の単純化理論に基づいて導いた。この方法を参照し、新たに変形過程での応力状態に対応する特性面を仮定して、構成式を導く。現在の応力に基づく特性面としては、系統的かつ膨大な研究によって粒子最大稼働面(村山)、滑動面、空間滑動面(松岡、中井)が明らかにされている。従って、ここでは、現在状態に置ける変形の特性面として、まず、空間滑動面(SMP)を考えることにする。

主応力空間においてSMPに垂直な単位ベクトルの成分をを n_i とする。

$$n_i = \sqrt{J_3} / (J_2 \sigma_i) \quad (1)$$

J_3 : 第三不変量 ($\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3$) J_2 : 第二不変量 ($\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1$)
 σ_i : 主応力 ($i=1, 2, 3$)、一般応力空間において、 m_i であるとすると、このベクトルから作られる、ディアド(テンソル積) A は次式で表わされる。

$$A_{ij} = m_i \otimes m_j$$

次に、この特性テンソル A_{ij} と応力テンソルから作られる、変換応力テンソルを考える。空間の等方性の原理を満足するため、この変換テンソルは次のような等方関数であたえられるとする。

$$\sigma_{ij}^A = \phi_0 \delta_{ij} + \phi_1 A_{ij} + \phi_2 \sigma_{ij} + \phi_3 \sigma_{ik} \sigma_{kj} + \phi_4 A_{ik} A_{kj} + \phi_5 (\sigma_{ik} A_{kj} + A_{ik} \sigma_{kj}) + \phi_6 (A_{ik} A_{kl} \sigma_{lj} + \sigma_{ik} A_{kl} A_{lj}) + \phi_7 (A_{ik} \sigma_{kl} \sigma_{lj} + \sigma_{ik} \sigma_{kl} A_{lj}) \quad (2)$$

係数 ϕ_i は応力テンソル σ_{ij} と A_{ij} の共同基本不変量のスカラー関数である。

$$\phi_i = \phi_i (\text{tr} \sigma_{ij}, \text{tr} \sigma_{ik} \sigma_{kj}, \text{tr} \sigma_{ik} \sigma_{kl} \sigma_{lj}, \text{tr} A_{ik} \sigma_{kj}, \text{tr} A_{ik} \sigma_{kl} \sigma_{lj})$$

(2)式で応力 σ_{ij} の一次の項のみを残したものを4パラメーターモデル、第一項を除く場合を3パラメーターモデルと呼ぶ、3A'モデルの場合、次の様に表わされる。

$$\sigma_{ij}^A = \alpha (A_{mn} \sigma_{mn}) A_{ij} + \beta \sigma_{ij} + \gamma (A_{ik} \sigma_{kj} + \sigma_{ik} A_{kj}) \quad (3)$$

係数 α, β, γ は材料定数

ここで、 $A_{ik} A_{kj} = A_{ij}$ の性質から A_{ij} の2次の項は除かれている。この変換応力テンソルを用いて種々の定式化が考えられるが、次節ではすでに提案している粘土の弾粘塑性構成式を書き替えてみる。

3. 粘土の弾粘塑性構成式

足立・岡(1982)はCam-clay modelとPerzyna型の粘塑性理論を用いて飽和粘土の構成式を導いている。ここでは、Cam-clay型の塑性降伏関数を2節で導いた変換応力を用いて再構成、修正し、非排水三軸圧縮試験結果のシミュレーションを行ないその適用性を検討した。

降伏関数で用いられている応力の不変量 σ_m と J_2 を書き直すと、

$$\sigma_m^A = J_3 / J_2 = (J_1^A / 3),$$

$$2J_2^A = s_{ij}^A s_{ij}^A = ((J_1 J_2 / J_3 - 3) / 2 + 3) (J_3 / J_2)^2$$

これらを用い、以下の流れ則と

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} = C_{ijkl} \langle \Phi(F) \rangle \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}^A} \quad (4)$$

$$C_{ijkl} = (C_2 - C_1) \delta_{ij} \delta_{kl} / 3 + C_1 (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) / 2 \quad (5)$$

等方弾性則とから計算した非排水三軸試験での応力-ひずみ関係と応力経路が図-1、2に示されている。パラメータは以下のとおりである。

$C_1 = 2 \times 10^{-9}$, $C_2 = 1 \times 10^{-11}$ (1/sec), $M^* = 4.0$, $\kappa = 0.043$, $\lambda = 0.33$, $E = 120 \text{ kgf/cm}^2$, $e_0 = 1.28$
 $\sigma_{m0}' = 2.0 \text{ kgf/cm}^2$, $\dot{\epsilon}_{11} = 1\%/\text{min}$, $\alpha = -0.22$, $\beta = 0.2$, $\gamma = 4.0$, $m' = 28$

図より、伸張試験での強度が小さいこと、間隙水圧の発生量の違い、大ひずみでの応力比が異なることがわかる。これらの傾向は定性的に粘土の変形特性を表わしている。ただし、塑性ポテンシャル関数については今後検討を必要とする。

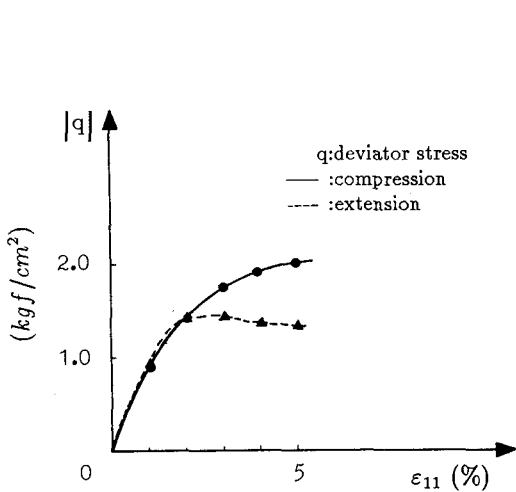


図. 1 応力-ひずみ関係

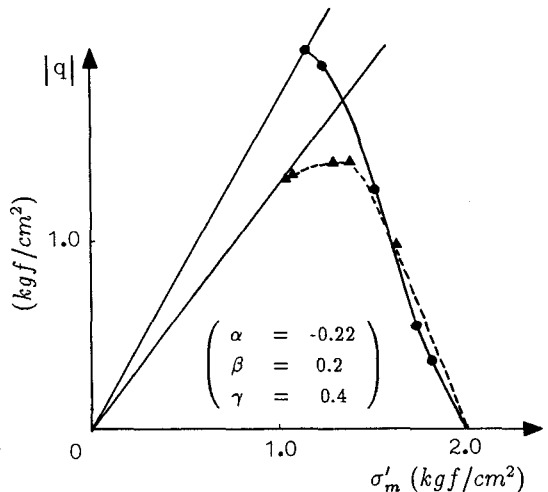


図. 2 応力経路

4 変換応力テンソルの性質

変換応力テンソル σ_{ij}^A は次のような興味ある性質を持つ。

- 1) σ_{ij}^A は対称テンソルである。
- 2) $\alpha, \gamma = 0, \beta = 1$ の時、通常の応力テンソルに等しくなる。従って、 $\sqrt{2J_2} / \sigma_m'$ 一定の破壊条件は π 面上で Von Mises 型となる。
- 3) $\alpha, \beta = 0$ の時、 $\sqrt{2J_2^A} / \sigma_m^A = \sqrt{(J_1 J_2 / (2J_3) + 3/2} = \sqrt{((\tau_{SMP} / \sigma_{SMP}) 2 + 4/3) / 2}$ (τ_{SMP}, σ_{SMP} Matsuoka & Nakai 1977)。
従って、このとき、松岡、中井の破壊規準を表現することができる。
- 4) $\alpha < 0, \beta, \gamma > 0$ の時、 π 面上で応力方向とひずみ速度方向が一致しない、いわゆる相似性を表現しうる。ただし、 $b = 0, 1$ 、つまり、三軸圧縮と伸張条件下では一致する。
- 5) 主応力方向と主ひずみ方向は $\alpha, \gamma \neq 0$ の時一致しない。(非共軸性)

5. 終わりに 現在の応力のみでなく応力-ひずみ履歴を表わすテンソルを導入することにより、より完全な異方性の構成式を導くことができる。応力異方性については中井による t_{ij} モデルが成功しているモデルであると考えられる。本研究はダブルスリップモデルの一般化になっているが、他のモデルとの関連は他の機会に譲る。異方性の理論としてはファブリックテンソルを用いる小田や飛田らの興味深い研究もある。

6. 謝辞 討議いただいた名古屋工大中井教授、岐阜大八嶋助教授に感謝いたします。

7. 参考文献 Boehler & Sawczuk (1977), Acta Mechanica, 27, 185-206., 岡, 八嶋、加藤、岩木 (1991)、第26回土質工学研究発表会。Matsuoka & Nakai (1977), Proc. Speciality Session No. 9, 9th ICSMFE, 153-162、佐武 (1984), 土と基礎, 32, 11, pp. 5-12., Adachi, T. & F. Oka, 1982, S&F, 22, 4, 57-70 Oda & Nakayama (1988), J. Engng., Mech., ASCE, 115, 89-104., Tobita (1988), S&F, 28, 2, 113-126., S. Murayama, 1964, IUTAM Symp., Grenoble, 146-159. Nakai & Matsuoka (1986), S&F, 26, 3, 81-98.