

III-88 液状化による地盤流動の時刻歴解析

東京大学 正 東畑郁生  
 東京大学 元学生 酒巻孝治  
 東京大学 大学院生 Roland P. Orense

1. はじめに 筆者らは過去に振動台実験を繰り返し、流動する地盤の性質を理解した上で、変位量を予測する方法を開発してきた(東畑ほか, 1990)。予測された変位量は起こり得る最大値であり、例えば地震動が充分長く続き、液状化状態が持続していることが仮定されていた。しかし現実には、流動できる時間をもっと短い状況もありうる。そのような場合には、地盤の永久変位は予測よりも小さくて済むであろう。このような状況も扱うため、流動の時刻歴解析法を研究したので、ここに報告する。

2. 解析法のあらまし 地盤を流動しない基盤、液体として振舞う液状化砂層、それに乗って動くが弾性棒として扱える地表不飽和層(重さを荷重Pで表わす)の三つでモデル化する(図1)。最終的な水平永久変位量 $U(x, z)$ は次式で与えられる。

$$U = F(x) \sin \left[ \frac{\pi(Z-B)}{2H} \right] \quad (1)$$

これを流体力学でいう連続の式に代入すれば、鉛直変位 $W(x, z)$ も求まる。 $U$ と $W$ から地盤の位置及びひずみエネルギーを計算し、その和を最小とするような関数 $F(x)$ を探索した。これが地表最終変位量である。

次に時間の未知関数 $\lambda(t)$ を考え、刻々の変位 $u(x, z, t)$ 、 $w(x, z, t)$ を次式で表現する。

$$u(x, z, t) = \lambda(t)U(x, z) + \ddot{u}_b(t) \quad w(x, z, t) = \lambda(t)W(x, z) \quad (2)$$

最終変位 $U$ と $W$ は既に知られており、 $u_b$ は与えられる入力基盤動なので、未知関数 $\lambda$ だけを求めれば良い。式2を時刻 $t$ で微分すれば、速度が $\lambda$ の関数として表現できる。

最終変位解析法と同様に $u$ と $w$ を用いて地盤全体の位置及びひずみエネルギーを計算できる。それらの和として時刻 $t$ でのポテンシャルエネルギー $Q(t)$ が求まる。基盤動による慣性力も一種の静的外力として扱おうと、そのポテンシャルエネルギー $I(t)$ は、

$$I(t) = \int \rho \ddot{u}_b \lambda(t) u(x, z, t) dx dz \quad (3)$$

で与えられる。ここで $\rho$ は土の質量密度、ドットは時間微分を表し、積分は液状化砂層及び地表不飽和層について行なう。同様に運動エネルギー $K$ は

$$K(t) = \int \frac{\rho}{2} \dot{\lambda}^2 (U^2 + W^2) dx dz \quad (4)$$

で与えられる。なお式3、4を通じ、 $\lambda$ は $x$ 、 $z$ に依存しないので積分の外へ出すことができる。そして $Q + I$ と $K$ とをLagrangeの運動方程式に代入すると、次の形の常微分方程式が得られる。

$$m\ddot{\lambda} + k\dot{\lambda} = -f - n\ddot{u}_b \quad (5)$$

更に、液状化した砂を等価な係数 $\eta$ をもつ粘性体で置き換える。 $\eta$ によるエネルギー損失を地盤全体で積分し、これに等しいロスを与えるように、 $\lambda$ 系の粘性項を決定することができる。

$$m\ddot{\lambda} + c\dot{\lambda} + k\lambda = -f - n\ddot{u}_b \quad (6)$$

3. 方程式の解 式6を解くことはやさしい。まず、予測の難しい基盤入力 $u_b$ を無視した時の解を求めた。初期条件 $t = 0$ で $\lambda = \lambda = 0$ のとき、

$$\lambda = \frac{f}{2k} \left[ -2 + \left( 1 + \frac{c}{\sqrt{c^2 - 4mk}} \right) \exp\left( -\frac{-c + \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m} t \right) + \left( 1 - \frac{c}{\sqrt{c^2 - 4mk}} \right) \exp\left( -\frac{-c - \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m} t \right) \right] \quad (7)$$

となる(粘性モデル)。次に、基盤入力を加速度振幅 $A$ 、円振動数 $\omega$ の正弦波と見なし、必然性にとぼしい粘性項を消去する。基盤入力項が $\lambda$ 正の方向へ増加する時(塑性論という载荷)のみ $\lambda$ が増加する、と考えると、第 $i$ サイクル終了時の変位 $\lambda_i$ は次のように計算できる(滑りモデル)。

$$\lambda_i = \frac{\alpha}{1 - \beta} (1 - \beta^i) \quad \beta = \cos \left( \frac{\pi}{2\omega} \sqrt{\frac{k}{m}} \right) \quad (8)$$

$$\alpha = \frac{nA}{m\omega^2 - k} \left[ \sqrt{\frac{m}{k}} \omega \sin\left( \frac{\pi}{2\omega} \sqrt{\frac{k}{m}} - 1 \right) + \frac{f}{k} \left[ \cos\left( \frac{\pi}{2\omega} \sqrt{\frac{k}{m}} - 1 \right) \right] \right]$$

4. 振動台実験との比較 長さ100cm、幅20cmの土槽の中で砂をポンプ噴出で攪拌し、相対密度24.5%の砂地盤を造成した。これを200ガル5ヘルツで長手方向に加振し、地表面マーカー3個の水平変位をビデオで追跡した。それ以上移動が起こらなくなったときの水平変位を最終量 $U$ とし、これと刻々の変位 $u$ との比を、 $\lambda$ の実験値とした。

図2の実線は、粘性モデル(式7)との比較である。 $C = 45,000 \text{ gf} \cdot \text{sec.}$ がよく実験値と適合した。この $C$ は、臨界減衰比にして1.1、4、液状化砂の等価粘性係数 $\eta = 784 \text{ Pa} \cdot \text{sec.}$ に相当する。図2の破線は滑りモデル(式8)との比較である。特にパラメータの操作をせずに、良い一致が得られた。

5. 結論 側方流動の時刻歴を追跡する手法を二通り提案した。そしていずれも模型地盤の挙動を十分説明できる事がわかった。しかし、手法同士の比較や、実地盤への適用は、今後の課題である。

6. 参考文献 東畑・溜・常田(1990)第8回日本地震工学シンポジウム論文集、Vol.1, pp.945-950.

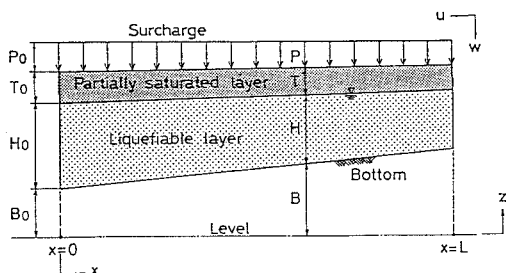


図1 液状化地盤のモデル化

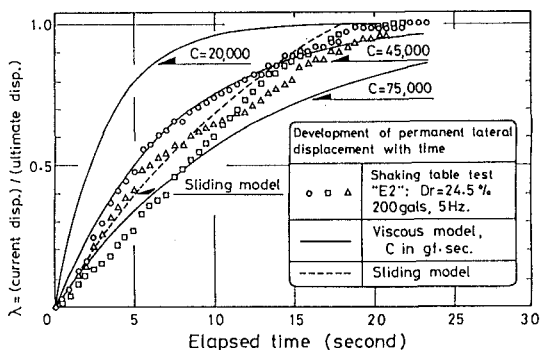


図2  $\lambda$ の実験値と計算値との比較