

II-467 すべり速度法を用いた振動乱流境界層の数値モデル

横浜国立大学大学院 学生員 榊原 広

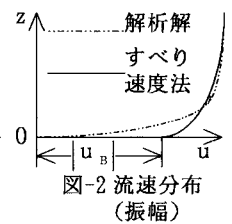
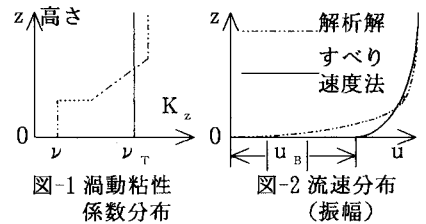
横浜国立大学工学部 正 員 佐藤慎司

1. 研究の目的

波にともなう水粒子運動は通常非粘性として扱えるが、底面のごく近傍には粘性の効果が無視できず流速分布の急変する振動流境界層があり、多くの場合乱流状態にある。この振動乱流境界層における流速分布や底面摩擦応力を評価するものとしてKajiura(1968)の3層モデル(以後、解析解)が有名だが、仮定する渦動粘性係数の値が一定でないためにBessel関数などが現れて複雑化すること、砂連上では3層の渦動粘性係数モデルの境界が設定しにくいことなどから一般的に使いにくい。本研究ではこの3層モデルに代わるものとしてすべり速度法を用いた1層モデルを提唱し、これによる流速分布や底面摩擦応力の近似を試みる。

2. すべり速度法を用いた1層モデル

解析解では3層に対して渦動粘性係数が仮定され、これがさきにのべた複雑化の要因となる。そこで一様な渦動粘性係数 ν_T を仮定すればより簡単な解を得る(図-1)。しかしこれだけでは解析解の流速分布形を近似できないため、底面にすべり速度 u_B を導入して単純な解で分布形を近似できるようにする(図-2)。



3. すべり速度法の解

2次元境界層方程式から、上の渦動粘性係数 ν_T とすべり速度 u_B を導入したときの流速、摩擦速度の分布式(1)と、底面における摩擦速度と速度欠損の比(2)を以下のように得る。

$$u^* / u_B^* = (U - u) / (U - u_B) = \exp(-\beta_T z) \quad , \quad \beta_T = e^{i\pi/4} \sqrt{\sigma / \nu_T} \quad (1)$$

$$(U - u_B) / u_B^* = \hat{u}_B^* / \nu_T \quad \beta_T = \hat{u}_B^* e^{-i\pi/4} / \sqrt{\sigma \nu_T} \quad (2)$$

ここに u^* :摩擦速度($\hat{u}_B^* u^* = \tau / \rho$, τ :せん断応力, ρ :密度), U :境界層外の流速, u :流速, z :高さ, σ :波の角周波数, 添字の“B”は底面における値, 記号“ $\hat{}$ ”は複素変数の絶対値をあらわす。 U , u , u^* は複素数で実部が物理的な意味をもつ。

まず開水路の定常乱流からの類推を行う。Engelund(1974)は定常乱流の対数則による流速分布を層流解とすべり速度を用いて近似するさいに、すべり速度を決めるために底面摩擦速度と速度欠損の比を一定としている。これにならって式(2)の値を一定とする次の実定数 c を導入し、この値を適切に選ぶことで近似を試みる。

$$(U - u_B) / u_B^* = c e^{-i\pi/4} \quad , \quad \hat{u}_B^* / \sqrt{\sigma \nu_T} = c \quad (3)$$

次に ν_T , u_B , u_B^* を摩擦係数から求める。いま解析解にならった複素摩擦係数 C ($C \hat{U} U = \hat{u}_B^* u_B^*$, $C = \hat{C} \exp i \theta_B$, θ_B : u_B^* の U に対する位相進み)の絶対値 $\hat{C}$ だけが既知ならば式(3)は次のようになる。

$$r \exp i(\phi_B - \theta_B) = \exp i(-\theta_B) - c \sqrt{\hat{C}} e^{-i\pi/4} \quad , \quad \nu_T = \nu R_{\phi L}^2 \hat{C} / c^2 \quad (r = \hat{u}_B / \hat{U}) \quad (4)$$

ここに $R_{\phi L} (= \hat{U} \sqrt{\nu / \sigma} / \nu)$: Reynolds数(ν :分子動粘性係数)である。いま u_B の U に対する位相進み ϕ_B が θ_B に等しいと仮定すれば(解析解では $u_B = 0$ だが $z \rightarrow 0$ での極限值がこのようになる), 式(4)の第1式の虚部、実部からおのおの $\theta_B (= \phi_B)$, r が式(5)のように求められ、 u_B , u_B^* が式(6)で求められる。

$$\phi_B = \theta_B = \arcsin(c\sqrt{\hat{C}}/2), \quad r = \cos \theta_B - c\sqrt{\hat{C}}/2 \quad (0 \leq r < 1) \quad (5)$$

$$u_B = U \exp i \phi_B, \quad u_B^* = U \sqrt{\hat{C}} \exp i \theta_B \quad (6)$$

ここで $r \geq 0$ とするため c を改めて $\min[c, 1/\sqrt{\hat{C}}]$ とすれば $R_{\delta L}$ の小さな条件にも使える。なお $\hat{C}$ はSwart(1976), Jonsson(1966), 層流の式をあわせた次の近似式で計算するが, 他の式でもよい。

$$\hat{C} = \max[0.5 \exp\{5.213(a_m/k)^{-0.194} - 5.977\}, 1/R_{\delta L}, 0.045/R_{\delta L}^4] \quad (7)$$

($a_m = \bar{U}/\sigma$): 水粒子軌道振幅, k : Nikuradseの相当粗度)

4. すべり速度法による数値解の比較

1/24周期ごとの流速分布比較図を図-3に示す($c=7$, $R_{\delta L}=2438$, $a_m/k=122.5$, 実験値はJonsson(1976)のtest no.1より). 解析解との適合性はきわめてよく, 実験値に対しても上層部でおおむねよい。なお底面直上での不適合はこの方法の特性上仕方ない。

$R_{\delta L}$ や a_m/k をかえての同様な比較から滑面, 粗面とも解析解の分布を近似するには $c=7$ とすればよいことがわかった。ただし層内の平均流速が不一致なため質量輸送の扱いには注意を要する。

次に解析解との摩擦係数比較図を図-4に示す($c=8$, 滑面). $\hat{C}$ の方は式(7)で与えるので適合して当然だが, 偏角 θ_B が簡単な式(5)のわりには殆どの部分で適合することは注目に値する。

粗面でも同様な比較を行った結果, θ_B を近似するには $c=8$ がよく, 流速分布のときとは異なる結果となった。

5. 結語

流速分布 u , 位相差 θ_B ともにすべり速度法による近似が可能であることがわかった。これにより砂漕上などの流れの扱いが容易になるものと期待される。

参考文献

- Engelund, F. (1974): Flow and bed topography in channel bends, Proc. ASCE, Vol. 100, No. HY11, pp. 1631-1648.
- Jonsson, I. G. (1966): Wave boundary layers and friction factors, Proc. 10th Conf. Coastal Eng, pp. 127-148.
- Jonsson, I. G. and N. A. Carlsen (1976): Experimental and theoretical investigations in an oscillatory turbulent boundary layer, Jour. Hydraulic Res. 14 no. 1, pp. 45-60.
- Kajiura, K. (1968): A model of the bottom boundary layer in water waves, Bull. Earthq. Res. Inst., Vol. 46, pp. 75-123.
- Swart, D. H. (1976): Coastal sediment transport. Computation of longshore transport, Delft Hydraulics Laboratory, Rep. R968, Part 1.

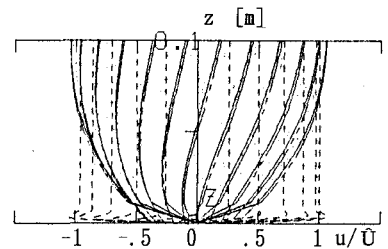


図-3(a) 解析解との流速分布比較図

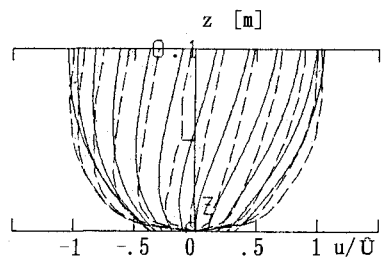


図-3(b) 実験値との流速分布比較図

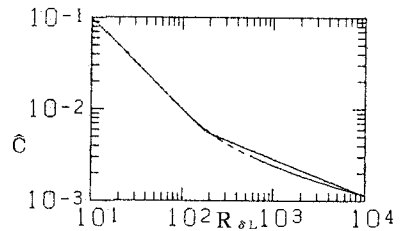


図-4(a) 複素摩擦係数比較図—絶対値

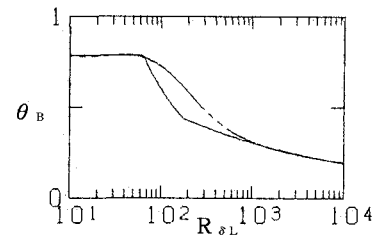


図-4(b) 複素摩擦係数比較図—偏角

— すべり
速度法
- - - 解析解
- - - 層流解
- - - 実験値