

II-458

積分方程式を用いた港内振動計算への
2次の吸収条件の適用

大阪大学大学院 学生員 ○金 憲泰

大阪大学工学部 正会員 榎木 亨, 青木伸一

1. まえがき: 港内には, 静穏度の向上を図るために, 低反射岸壁や波消し浜が建設されていることが多い。このような港内の消波構造物が, 港内波高の低減化に対してどの程度の効果を有するかを精度よく予測することは, 構造物の消波特性の決定や, 配置計画を行う上で極めて重要である。一般に港内波浪の計算は, 長周期波に対しては有限要素法や境界積分方程式法などの厳密な方法が用いられ, 通常の風波に対しては波長に対して港のスケールが大きくなるため, 高山の方法などの近似的な方法が用いられることが多い。しかしながら, 最近の計算機の発達により, 今後は比較的短周期の波についても, 前者の方法が適用されるようになってくるものと思われる。その際, 定量的な予測を行うためには, 港内におけるエネルギー逸散, なかでも港湾境界の反射率をどの様に計算に取り込むかが重要になる。本研究は, 従来用いられている1次の吸収条件の代わりに, Engquist¹⁾が提案し, Behrendt²⁾が有限要素法に対して用いた2次の吸収条件を境界積分方程式法³⁾に適用するとともに, これを用いて1次と2次の吸収条件による港内振動の相違を調べるものである。

2. 1次および2次の吸収条件: 図-1に示すような, 反射率 K_R の直線境界に, 角度 θ をなして入射する波の部分反射条件は次式で与えられる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \alpha \cdot \frac{\partial \phi^i}{\partial n} / \phi^i \cdot \phi = i k \alpha \sin \theta \cdot \phi \quad : \text{at } n=0 \quad (1)$$

ここに ϕ はポテンシャル, k は波数, $\alpha = (1-K_R)/(1+K_R)$ (吸収率)である。 θ が既知の場合には上式をそのまま境界条件として用いることができるが, 港内のような多重反射領域では波が多方向から境界に入射するため θ を1つに決めることができない。また入射波成分 ϕ^i のみを抽出することも難しい。

そこで θ はある程度大きいものとして $\sin \theta$ を次のように展開する。

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = 1 - \frac{1}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{8} \cos^4 \theta - \dots \quad (2)$$

上式の右辺第2項までをとり, $\partial^2 \phi / \partial s^2 = -k^2 \cos^2 \theta \cdot \phi$

という関係を用いると, 2次の吸収条件として次式が得られる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = i k \alpha \phi + i \frac{\alpha}{2k} \frac{\partial^2 \phi}{\partial s^2} \quad (3)$$

上式は線型な境界条件式であり, 多方向からの入射に対しても入射方向毎に成立する。式(3)の右辺第2項を省略したものが, 従来用いられている1次の吸収条件式である。

式(1)を1次あるいは2次の吸収条件でおきかえることによる誤差は, 見かけ上反射率の変化として現れる。図-2は, 文献2)にも

も示されているが, 1次および2次の吸収条件を用いた場合の見かけの反射率 K_R' を真の反射率 K_R をパラメータとして, 入射角 θ に対して示したものである。ただし K_R' の値が負になっている部分は, 真の反射率との間に π だけ位相差があることを示している。この図より, 明らかに2次の吸収条件式を用いた場合の方が, より小さな入射角に対しても見かけの反射率が真の反射率に近い値をとっており, 2次の吸収条件の有用性がうかがえる。

3. 境界積分方程式法における吸収条件の考慮: 境界積分方程式法では, 境界上の ϕ および $\partial \phi / \partial n$ を未知数として取り扱うため, 式(3)を境界条件として用いる場合には, 右辺第2項の処理が問題である。本研究ではこの項を差分式で表すことにより計算に取り込んだが, そのまま連立方程式を構成する方法では計算精度が落ちるため, 今回は第2項を修正項とし, 式(3)を満足するまで繰り返し計算を行って解を決定した。ただし繰り返し回数は, 誤差1%以内を達成するのに数回で十分であった。

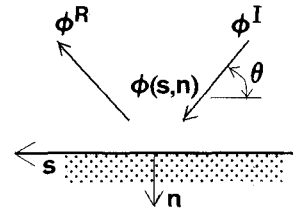


図-1 境界での部分反射

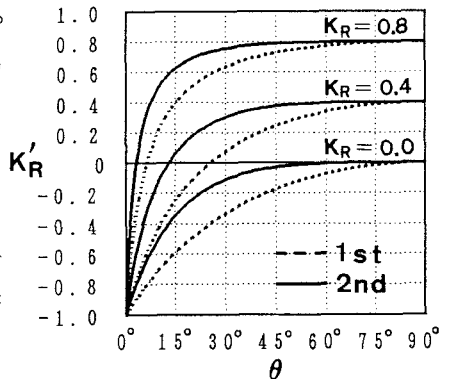


図-2 見かけの反射率の比較

4. 計算結果および考察： まず，図-3に示すような長方形港湾の，防波堤の背後を除く全ての港内境界の反射率をゼロとした場合の波高分布を，開口防波堤による回折図と比較する。図-4 (a)，(b)は，それぞれ1次および2次の吸収条件を用いた場合の計算結果であるが，1次の吸収条件では港の左隅の部分に反射の影響が強く現れているのに対して，2次の吸収条件を用いた場合には，それがかなり改善されていることがわかる。

次に，図-5は，図-6に示す長方形湾の湾奥部での振幅増幅率（＝港内波高／入射波高）を，港内境界の反射率を一様に変えて計算した結果を示したものである。これより，1次2次とも反射率がわずかに小さくなることにより応答のピークが著しく低減しているが，2次の吸収条件を用いた場合の方が1次の吸収条件を用いた場合より低減率は小さく，その差異は応答値の大きいところほど大きく，また低次の応答モードの方が大きく現れている。

5. あとがき： 本研究では，境界積分方程式法を用いた港内振動計算における1次と2次の吸収条件の相違を示した。実際には境界の反射率そのものも入射角の関数となる場合が多いので，斜め多重反射領域での部分反射条件を厳密に計算に取り込むためには，今後さらに研究する必要がある。最後に，本研究を行うに当り大変御尽力頂いた松本典人君（東洋建設）に感謝の意を表します。

参考文献：1)Engquist, B. and Majda: Absorbing Boundary Conditions for the Numerical Simulation of Waves, Mathematics of Comp., vol. 31, No. 139, pp. 629-651, 1977.
2)Behrendt L.: A Finite Element Model for Water Wave Diffraction Including Boundary Absorption and Bottom Friction, Paper 37, Institute of Hydrodynamics and Hydraulic Eng., Tech. Univ. of Denmark, 1985.
3)Lee, J. J.: Wave-induced Oscillation in Harbors of Arbitrary Geometry, J. F. M., vol. 45, No. 2, 1971.

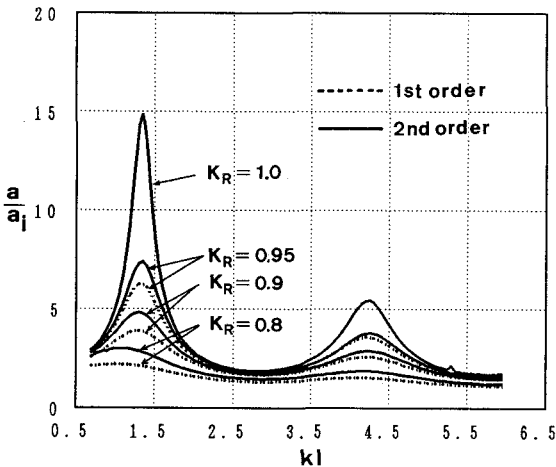


図-5 吸収条件の違いによる長方形湾の振動特性の相違

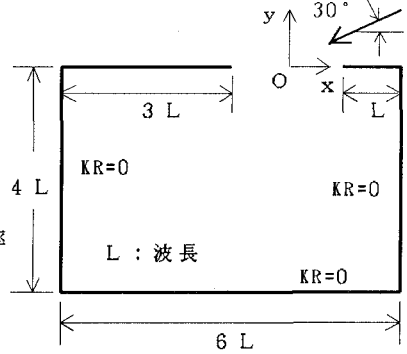


図-3 回折計算に用いた港湾

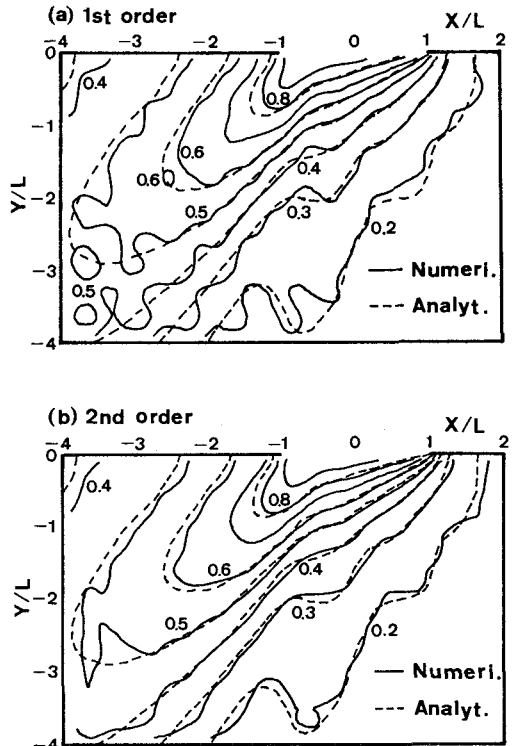


図-4 回折係数の比較

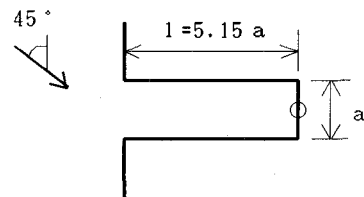


図-6 応答計算に用いた長方形湾