

II-379 Nikuradse の実験と均一砂に対する遷移領域について

日本大学工学部 正 員 安 田 禎 輔

まえがき Nikuradse の実験は最も広範囲で綿密に行われた実験で、信頼性も高く評価されている。現在最も信頼されているPrandtl-Karmanの諸式の係数も本実験結果より定められており、滑面および粗面乱流の式はNikuradse の実験結果とよく一致する。層流においては、Newtonの法則による理論式がよく合う。

Colebrook-White は、遷移領域においては均一粒子の粗度と自然の粗度の特性は著しく異なることを提唱し、市販管の損失係数の式を提案した。しかし、現在均一粒子の遷移領域における抵抗係数の式はない。

本報においては、Nikuradse の実験結果より粗面乱流と遷移領域との境界線の式などを求め、均一粒子の遷移領域における摩擦損失係数の式を求め、さらに幾つかの結果を報告する。

1. 乱流領域における損失係数

滑面乱流における摩擦損失係数の主な式には、Prandtl-Karmanの式とBlasius の式

$$1/\sqrt{f} = 2.1 \log (Re\sqrt{f}) - 0.8 \quad (1), \quad f = 0.3164/Re^{0.25} \quad (2)$$

とがある。また、日大工学部水理・河川研究室のデータによる式を示せば次式となる。

$$f = 0.297/Re^{0.2456} \quad (3)$$

Nikuradse の実験値とこれらの式(1)～(3)による計算値との差はいずれも3%弱である。

粗面乱流においては、Prandtl-Karmanの粗面乱流の式

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.1 \log \frac{D}{2\varepsilon} + 1.74 \quad (4)$$

のみである。一方、Nikuradse の実験値より最小自乗法により実験式を求めると、 $f = 0.2684(\varepsilon/D)^{0.50} + 0.01107$ となり、相関係数は $r = 0.999995$ となるが、実用式として次式を示しておく。

$$f = 0.268 \left(\frac{\varepsilon}{D}\right)^{0.5} + 0.0111 \quad (5)$$

図1. はこれらの式の計算結果とNikuradse の実験値とを比較したものであり、その差はわずか1.5%以内である。しかし ε/D が0.0006以内になると両式の差は急増し(4)式によると f はゼロに限りなく近づく。

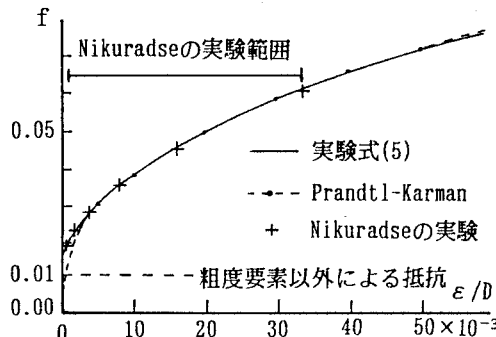


図1. 計算値とNikuradseの実験との比較

2. 遷移領域と損失係数

(1) 遷移領域の境界線: 遷移領域と粗面乱流領域の境界線の式には、Colebrook-White の式

$$\frac{Re\sqrt{f}}{D/\varepsilon} = 200 \quad (6)$$

がある。本式は市販管に対する式でRouse やMoody 図には適合するが Nikuradseの実験結果には合わない。

Nikuradse の実験値より境界点の座標を読み取り最小自乗法により境界線の式を求めると次式となる。

$$f = 1.81 / Re^{0.33}$$

(7)

(2) $Re - f$ 曲線の模式図： 図2. において各曲線の極小値となる点をプロットすればこれらの点はほぼ直線分布となる。粗面乱流部の水平線と滑面乱流の直線との交点から境界線までの水平距離の3分の1の点がほぼこの曲線の極小値となる。これらの関係を模式的に表せば図3. となる。両図より遷移領域を第I領域と第II領域とに分ける。第I領域の曲線は、A点で滑面乱流の曲線に接しB点を頂点とする放物線とみなすことができ、第II領域の曲線はB, C点で水平線と接する3次曲線とみなすことができる。

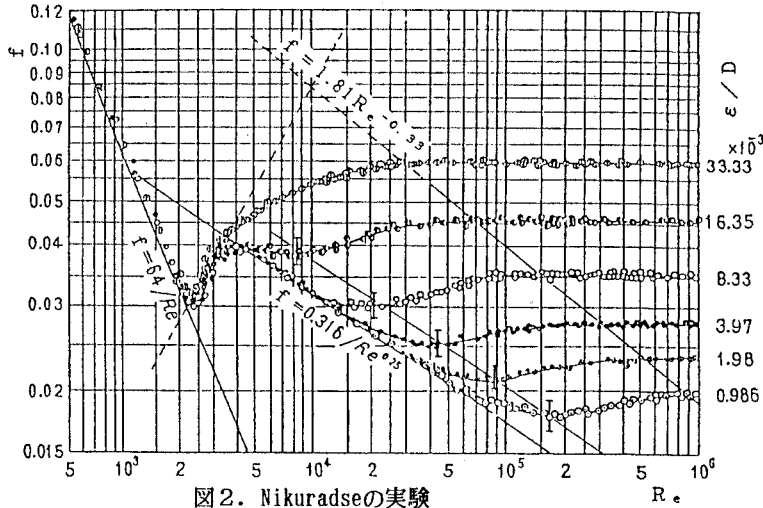


図2. Nikuradseの実験

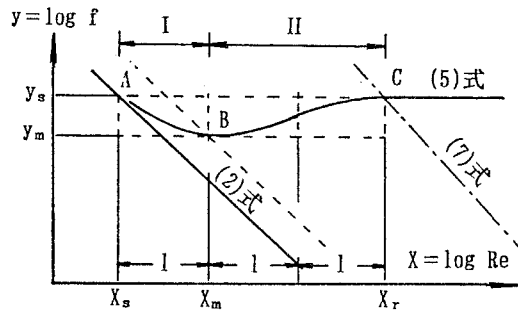


図3. 遷移領域の模式図

(3) 第I領域の曲線： 滑面乱流の曲線を一般に $f = a_s Re^{-m}$ とおき第I領域の曲線を求めれば

$$\log \frac{f}{f_m} = \left\{ \log \frac{Re}{Re_m} \right\}^2 / \log \left(\frac{Re_m}{Re_s} \right)^{2/m} \quad (8)$$

となる。ここで $x = x_s$ とおき、これと $3(x_m - x_s) = (x_r - x_s)$ の関係とより次式を得る。

$$Re_m = Re_s \left(\frac{Re_r}{Re_s} \right)^{1/3} \quad (9) \quad f_m = f_s \left(\frac{Re_s}{Re_r} \right)^{m/6} \quad (10)$$

(4) 第II領域の曲線： $x = \log Re$, $y = \log f$ とおき第II領域の曲線を求めると次式となる。

$$y = y_s + A(2x^3 + bx^2 + cx + d) \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここで, } A &= \frac{9}{64} \left\{ \log \frac{Re_r}{Re_s} \right\}^{-2}, \quad c = \log Re_r^2 \log Re_r Re_s^2 \\ b &= \log (Re_r^2 Re_s)^{-2}, \quad d = (\log Re_r)^2 \log Re_s^{-2} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

なお紙数の関係上、計算例や滑面乱流の限界値の推定および結論などについては講演時に報告の予定。