

II-375

二等辺三角形粗度上の流れ解析

京都大学大学院 学生員 北原政宏 京都大学工学部 正 員 岩佐義朗
中国電力技術研究所 正 員 平岡順次 中国電力技術研究所 正 員 岡川一義
京都大学工学部 正 員 細田 尚

1. 研究の目的

本研究は、流れ込み式発電所などの水路トンネルを建設する際に、コンクリート巻立を省略したときの水路(無巻水路トンネルと呼ぶ。)内の流れの特性を把握するために行われた。無巻水路トンネルの抵抗則を検討するために、従来側壁の凹凸を三角形粗度で模擬した水理実験が行われてきた。本研究は実験結果の考察を容易にするだけでなく、実験の困難な条件での抵抗則を把握するために、流れを再現可能な数値解析モデルの作製を目的としている。

2. 数値解析に用いられる基礎式

本研究で対象としている流れには、粗度の凹部に渦が存在し、その中の流れは十分に発達した乱流とは考えられない。そこで、乱れの弱い領域から十分発達した乱流への遷移を再現可能な、乱れレイノルズ数の低い領域を考慮した $k-\epsilon$ モデルを用いる。このモデルは、Jones・Lauder型¹⁾とLam・Bremhorst型²⁾に分けられるが、本研究では壁面近傍の壁面に直角方向の乱れの減衰による渦動粘性係数の減少を考慮しているL・B型を改良^{3,4)}した基礎式を用いる。ただし基礎式中の諸関数は笠木等³⁾の提案するものを用いた。基礎式を図-1の座標系のもとで示せば次のようになる。

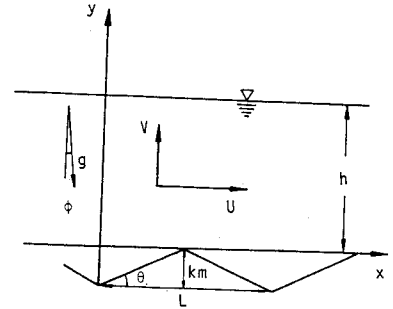


図-1 座標系

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial U^2}{\partial x} + \frac{\partial UV}{\partial y} = g \sin \phi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial(-\overline{u^2})}{\partial x} + \frac{\partial(-\overline{uv})}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial UV}{\partial x} + \frac{\partial V^2}{\partial y} = -g \cos \phi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial(-\overline{uv})}{\partial x} + \frac{\partial(-\overline{v^2})}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial Uk}{\partial x} + \frac{\partial Vk}{\partial y} = D \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \epsilon + \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{D}{\sigma_k} + \nu \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{D}{\sigma_k} + \nu \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right] \quad (4)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial U\epsilon}{\partial x} + \frac{\partial V\epsilon}{\partial y} = c_{\epsilon 1} D \frac{\epsilon}{k} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - c_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{D}{\sigma_\epsilon} + \nu \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{D}{\sigma_\epsilon} + \nu \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right] \quad (5)$$

$$-\overline{u_i u_j} = D \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} k, \quad D = c_\mu f_s(y) \frac{k^2}{\epsilon}$$

$$c_\mu = c_{\mu\infty} \left(1 + 3.45/\sqrt{Re_T} \right) \left(1 - \exp(-\Delta y_b^+/70) \right), \quad Re_T = \frac{k^2}{\nu \epsilon}$$

$$c_{\epsilon 2} = c_{\epsilon 2\infty} \left[1 - \frac{2}{9} \exp((-Re_T/6)^2) \right] \left(1 - \exp(-\Delta y_b^+/5) \right)^2$$

$$f_s(y) = 1.0 - \exp \left[-B \frac{\Delta y_s \cdot \epsilon_s}{k_s^{3/2}} \right] \quad (B = 10, \text{添字 } s \text{ は自由表面の値を示す。})$$

$$\Delta y_b^+ = u_* \Delta y_b / \nu \quad (\Delta y_b = y - y_b, \quad y_b \text{ は路床の } y \text{ 座標値}), \quad \Delta y_s = h - y, \quad h \text{ は水深}$$

ここに、 (U, V) または (U_1, U_2) : 平均流速ベクトルの成分、 (u, v) : 乱れ速度ベクトルの成分、 P : 平均圧力、 k, ϵ : 乱れエネルギー及び散逸率、 ϕ : 路床勾配、 f_s : 自由表面近傍の y 方向の乱れの減衰による渦動粘性係数の減少を表す関数。また、添字 i, j に関して総和の規約が用いられている。

3. 数値解析法

基礎式をコントロール・ボリュームで積分した後、離散化し数値解析を行った。例えば、運動方程式のx成分(2)式は、図-2の斜線部で積分された。例として、路床に接する台形の領域で積分した結果を示せば次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_{i,jb}}{\partial t} \Delta x \Delta y = & - \left[-\Delta y (U^2)_{i-1/2,jb} + \Delta x (VU)_{i+1/2,jb+1/2} \right. \\ & \left. + \frac{\Delta x}{2} (VU)_{i-1/2,jb+1/2} - \frac{\Delta x}{2} (VU)_{i-1/2,jb-1/2} \right] \\ & + g \sin \phi \Delta x \Delta y - \left[\left(\frac{p}{\rho} \right)_{i+1/2,jb} - \left(\frac{p}{\rho} \right)_{i-1/2,jb} \right] \Delta y \\ & + \left[\Delta x \left(-\bar{u} \bar{v} + \nu \frac{\partial U}{\partial y} \right)_{i+1/2,jb+1/2} + \frac{\Delta x}{2} \left(-\bar{u} \bar{v} + \nu \frac{\partial U}{\partial y} \right)_{i-1/2,jb+1/2} \right. \\ & \left. + \frac{\Delta x}{2} \left(-\bar{u}^2 + \nu \frac{\partial U}{\partial y} \right)_{i-1/2,jb-1/2} - \Delta y \left(-\bar{u}^2 + \nu \frac{\partial U}{\partial x} \right)_{i-1/2,jb} \right. \\ & \left. - \frac{\tau_{bx+1/2}}{\rho} \Delta S \right] \end{aligned}$$

数値解析の手順は、Hirt・Cook⁵⁾が提案した連続式を満たすように圧力を修正する方法を用いている。また、自由表面の取扱は、岩佐・松尾⁶⁾が鉛直空気泡ボリュームの解析に用いた方法と同様である。慣性項はQUICK法を用いて離散化した。路床近傍の境界条件については省略する。

4. 計算結果の考察

計算は、中国電力技術研究所で行われた実験の条件に合わせて行われた。実験は、幅60cm、長さ40mの長方形断面水路で行われた。路床に図-1に示されているように粗度模型を設置した後、通水しプロペラ流速計を用いて流速分布を計測した。計算の条件を表-1に示した。また、用いた定数を表-2に示した。 c_{ε_1} を慣用の1.44とすると数値解が発散したのでとりあえず表-2の値を用いた。

計算の結果得られた流速ベクトル図を図-3に示した。Run-2($\tan \theta = 1.0$)の場合、凹部で安定した渦が生じているのがわかる。図-4にはRun-1($\tan \theta = 0.4$)の流速分布を示した。計算結果は実験結果とはほぼ適合している。粗度近傍で流速の一樣化が見られるが、これは流線の蛇行によって平均流による応力が生じ、レイノルズ応力が減少するためと考えられる。

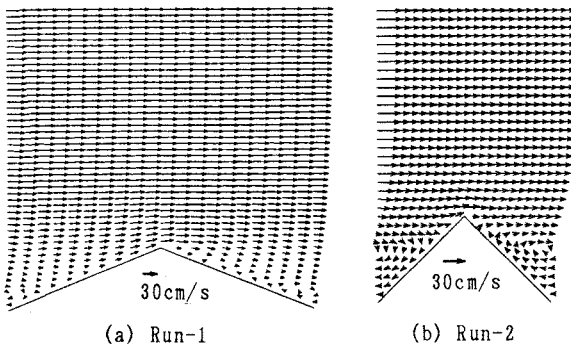


図-3 流速ベクトル図

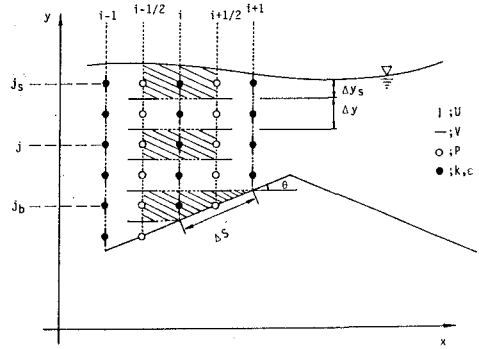


図-2 Uに対するコントロール・ボリューム

表-1 計算の条件

	h (cm)	$\sin \phi$	km (cm)	$\sin \theta$	Δx (cm)	Δy (cm)
Run 1	8.0	1/500	2	0.4	0.5	0.2
Run 2	5.0	1/500	2	1.0	0.2	0.2

表-2 定数の値

C_{ε_1}	$C_{\varepsilon_2\infty}$	$C_{\mu\infty}$	σ_k	σ_ε
1.37	1.92	0.09	1.0	1.3

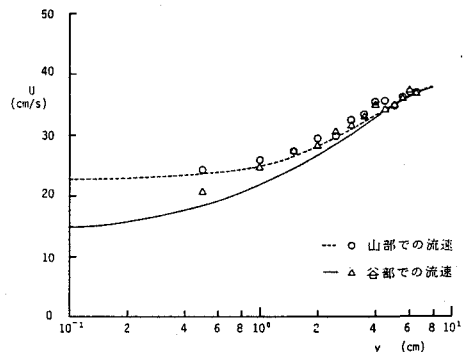


図-4 流速分布(Run-1)

参考文献: 1) Jones・Launder; Int'l J. Heat Mass Transfer, 15, 1972, 2) Lam・Bremhorst; J. Fluid Eng., Vol. 103, 1981, 3) 明・笠木; 第3回生産研NSTシンポジウム, 1988, 4) 長野・新美・田川; 第3回生産研NSTシンポジウム, 1988, 5) Hirt・Cook; J. Comp. Phys., Vol. 10, 1972, 6) 岩佐・松尾; 京大防災年報第29号B2, 1986.