

II-359 可視化による速度ベクトルの補正

大同工業大学 正員 久保田稔
福井工業高等専門学校 正員 前島正彦
大同工業大学 学生員 森中雄大

1. はじめに 著者らは、円柱周りと路床に作用する圧力を精度良く求めることを、この可視化実験の一つの目的としている。そこで、速度ベクトルをただちに、圧力に対するポアソン方程式に対して用いるのではなく、まずは速度ベクトルを補正した後に圧力分布を求めた。

2. 計算手法 可視化より得られた速度ベクトルは、渦度分布や圧力分布等を求めるため、一般に、格子上で速度ベクトルで表される。この格子上の速度ベクトル (u_0, v_0) は、測定誤差や計算誤差のために一般に、連続方程式を満たさないと考えられる。そこで、大気汚染予測に対して用いられている手法¹⁾を用いて、速度ベクトルを補正する。この手法は、連続方程式を束縛条件として、流速の補正量の面積積分を最小とする流速 (u, v) を求める条件付き変分問題である。つまり、

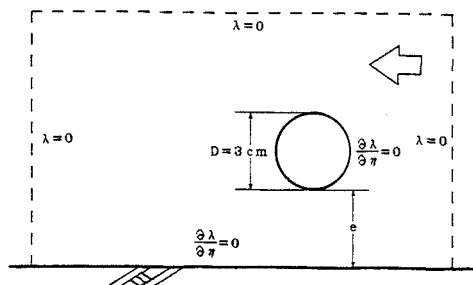


図-1 境界条件

補正量に対する重み係数を α_1, α_2 とし、ラグランジェの未定乗数 λ を用いて、式(1)から得られる、オイラー方程式を解く問題である²⁾。

$$E(u, v, \lambda) = \int_s \left[\alpha_1^2 (u - u_0)^2 + \alpha_2^2 (v - v_0)^2 + \lambda \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} \right) \right] ds \quad (1)$$

オイラー方程式は

$$u = u_0 + \frac{1}{2\alpha_1^2} \frac{\partial \lambda}{\partial x} \quad v = v_0 + \frac{1}{2\alpha_2^2} \frac{\partial \lambda}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (2)$$

であり、境界条件は、図-1である。式(2)を連続方程式に代入し整理すると、

$$\frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} + \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^2 \frac{\partial^2 \lambda}{\partial y^2} = -2\alpha_1^2 \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} \right) \quad \dots\dots\dots (3)$$

を得る。すなわち、式(3)より求めた λ を式(2)に代入すれば、補正した速度ベクトルが求まる。ここに、大気汚染問題では、三次元空間を対象としており、水平方向 (x, y) と鉛直方向 (z) の速度場の補正に対して、経験的に $0.01 \sim 0.2$ 程度の値が α_1 / α_2 に対して用いられている。

さて、式(3)を、著者らの可視化実験結果に用いる場合、 x と y 方向の速度 u_0, v_0 に含まれる誤差

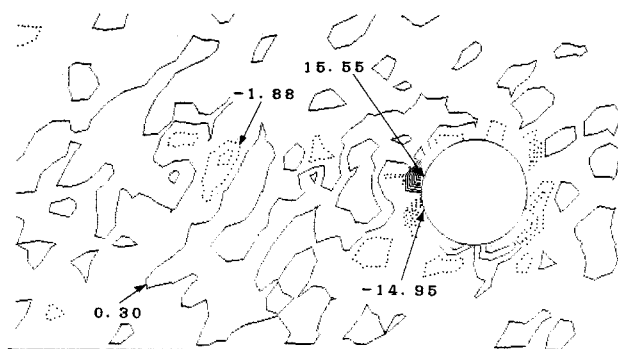


図-2 補正前の連続方程式の値

は同じ程度と考えられるから、測定値と補正值との誤差に対応する重み係数を $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ の一定とする。つまり、式(3)は、

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\frac{\lambda}{2\alpha^2} \right] + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left[\frac{\lambda}{2\alpha^2} \right] = - \left[\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} \right] \dots\dots\dots (4)$$

と表現され、 λ/α^2 を求めるべき変数と考えればよい。なお渦度については、式(2)より

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial x} - \frac{\partial u_0}{\partial y}$$

であり、補正前と後でも値に変化しないことが判る。

3. 計算結果 図-2は、 $e = 3.0 \text{ cm}$ の場合の式(4)の右辺つまり補正前の連続方程式の値であり、この値は15.6～15.0の範囲である。同図より、特に円柱周りの速度ベクトルに誤差が集中しており、 (u_0, v_0) の値をそのまま圧力分布の計算に使用するのには困難であると考えられる。一方図-3は、 λ の平均二乗誤差を $\varepsilon = 10^{-3}$ として、式(4)を用いて補正した後の速度ベクトル (u, v) に対する連続方程式の値であり、この値はほぼ、 $\pm 10^{-3}$ 程度と、極めて良い値になっている。さらに、円柱周りの誤差がいちじるしく減少しており、この程度の誤差ならば、連続方程式がほぼ満たされていると考えられる。図-4は、 Δt (0.03秒) 時間異なった2組の速度データを用い、非定常N-S方程式から求めた円柱周りの無次元圧力分布 $(P/\rho U^2)$ であり、同図は良く、圧力分布の傾向を示しているものと考えられる。

4. おわりに 十分に注意して粒子の軌跡を求めても相当に誤差が速度ベクトルには含まれており、今回の様な補正を行う必要があると考えられる。

参考文献

- 1) CHRISTINE A. SHERMAN; A Mass-Consistent Model for Wind Fields over Complex Terrain, J. App. Meteor., Vol. 17, pp. 312-319, 1978.
- 2) YOSHIKAZU SASAKI; Numerical variational analysis formulated under the constraints determined by longwave equation and low-pass filter, Mon. Wea. Rev., Vol. 98, pp. 884-898, 1970.

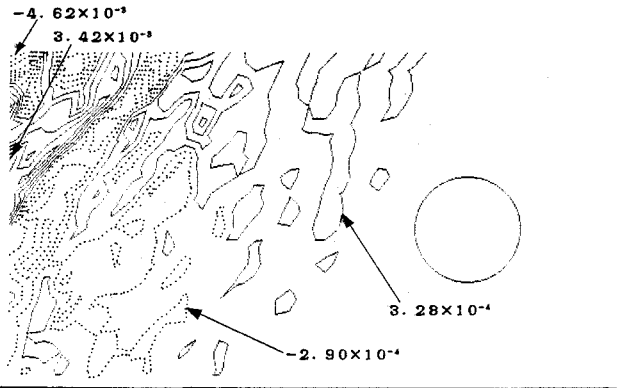


図-3 補正後の連続方程式の値

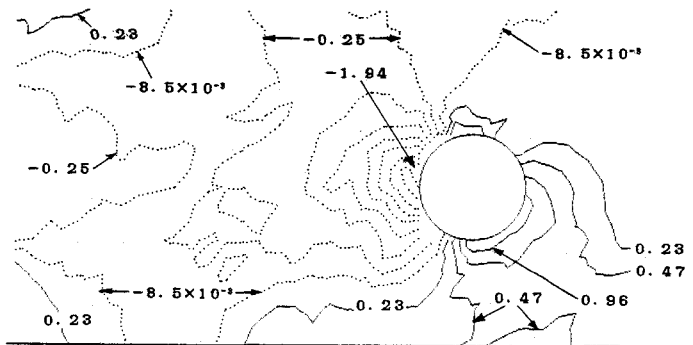


図-4 圧力分布