

II-331

重力波の生じた流体域下部を流動する下層密度流の脈動

山口大学工学部 正○羽田野袈裟義
五洋建設 住田 裕志

1. まえがき

自然界で起こる下層密度流の現象として、貯水池内の濁水密度流、斜面下降風(冷気流)、山腹における火山ガスの流動などがあげられる。これらのうち斜面下降風についてはすでに数多くの観測が行なわれ、数分の時間スケールで脈動することが知られている。この場合、農作物の被害は冷気がおよぶ範囲で発生するはずであり、したがって災害の予測・防止軽減の観点からするとこの脈動的な流動の挙動を正確に把握することが必要である。冷気流の脈動については Fleagle¹⁾ に代表される圧縮加熱論が最も期待されたが、これは水理学に合理的とはいえない。有力な代替モデルも今のところ提案されていない。

ここでは、上層の流体が重力波を生じた場合、これにより底面付近の圧力勾配が変動するため下層密度流の脈動が起こると考え、脈動する底層密度流の簡単なモデル化を試みる。

2. 計算モデル

1) 計算式の誘導

図-1のように上層、中層、底層の3層流を考える。斜面の上流側延長線上の適当な位置を原点0とし、図のように2つの直交座標をとる。いま何らかの原因で上層と中層の境界に重力波が発生し、このため底層流が時間的・場所的に変動すると考える。上層・中層の内部境界面を $z = \eta(x, t)$ 、底層流の流動厚さを $\delta(s, t)$ とし、底層流を非定常1次元(s方向)問題として取り扱う。また、簡単のため圧力は各層において静水圧分布にしたがうと仮定する。

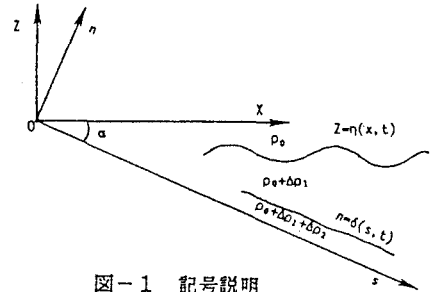


図-1 記号説明

この時、底層流の層平均の運動方程式として次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial s} = & -\frac{\Delta \rho_1}{\rho} g \frac{\partial \eta}{\partial s} + \frac{\Delta \rho_2}{\rho} g \sin \alpha - \frac{\Delta \rho_2}{\rho} g \cos \alpha \frac{\partial \delta}{\partial s} + \frac{\tau_i - \tau_b}{\rho \delta} \\ & - \frac{u^2}{\delta} \frac{\partial \beta}{\partial s} - (\beta - 1) u \frac{\partial u}{\partial s} - \frac{u(1-k)}{\delta} V e - (\beta - 1) \frac{u}{\delta} \frac{\partial q}{\partial s} \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、 $k = u(\delta)/u$ 、 $V e$ は連行速度、 β は運動量補正係数である。なお簡単のため、層平均流速を u と表記している。以下同様に表記する。

式(1)と連続式を連立させて $u(s, t)$ 、 $\delta(s, t)$ を解けばよい。ここでは、底層流の層平均の流動の場所的(s方向)・時間的変動を対象とするが、最も基本的な特性を調べるため、連行を無視し、運動量補正係数を1とおく。せん断応力は、 $\tau_i - \tau_b = -\rho(f_i + f_b) |u| u$ とおく。Massau にならい、 $C^2 = \Delta \rho_2 / \rho \cdot g \delta \cos \alpha$ を導入すると、連続式と運動方程式は式(2)および(3)で表わされる。

$$2 \frac{\partial C}{\partial t} + C \frac{\partial u}{\partial s} + 2 u \frac{\partial C}{\partial s} = 0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial s} + 2 C \frac{\partial C}{\partial s} = & -\frac{\Delta \rho_1}{\rho} g \frac{\partial \eta}{\partial s} + \frac{\Delta \rho_2}{\rho} g \sin \alpha - \frac{1}{C^2} \frac{(f_i + f_b) |u| u}{\frac{\Delta \rho_2}{\rho} \cos \alpha} \\ = & G(u(s, t), C(s, t)) \end{aligned} \quad (3)$$

式(2)と(3)の和および差を特性曲線表示すると、

$$\text{特性曲線 } \omega+: ds/dt = u + C \text{ 上で } d(u + 2C)/dt = G(u(s,t), C(s,t)) \quad (4)$$

$$\text{同上 } \omega-: ds/dt = u - C \text{ 上で } d(u - 2C)/dt = G(u(s,t), C(s,t)) \quad (5)$$

ここで、 $G(u(s,t), C(s,t))$ 中の $\partial\eta/\partial s$ の評価が必要となる。重力波が $z = \eta(x, t)$ で与えられるとき、 s 地点の中層・底層の境界面 $n = \delta(s, t)$ の x 座標は、 $x = s \cos \alpha + \delta \sin \alpha$ であるから、 $\partial\eta/\partial s$ は、この x における $\partial\eta/\partial x$ と $\cos \alpha$ の積で与えられる。

2) 初期条件・境界条件

式(4)および(5)を適当な初期条件と境界条件のもとに解けば、 $u(s, t)$ 、 $C(s, t)$ を求めることができる。開水路の非定常流と同様、初期条件として $u(s, 0)$ と $C(s, 0)$ が必要である。また、境界条件として常流の場合上流側境界 $s = s_s$ での $u(s_s, t)$ または $C(s_s, t)$ 、そして下流側境界 $s = s_E$ での $u(s_E, t)$ または $C(s_E, t)$ が必要で、射流の場合上流側境界 $s = s_s$ での $u(s_s, t)$ と $C(s_s, t)$ が必要である。なお、ここで対象とする流れでは、流れの状態がある区間では射流である区間では常流という状況が各時刻において現われる。この場合は、各時刻において、射流・常流の境界点を支配断面とみなし、この点を計算区間内の新たな境界条件地点(境界条件は内部フルード数が1)として計算する。

3. 計算例

初期($t=0$)において、上層・中層の境界面が水平な状態にあり、底層流が定常状態で流れているとする。この状態から境界面に $\eta = A \sin(2\pi t/T) \cos(2\pi s/L)$ の形で重力波が起こるケースを考える。空気を対象とし、温度を上層 12°C 、中層 10°C 、底層 5°C ($\Delta\rho_1 = 9 \times 10^{-6} \text{ g/cm}^3$ 、 $\Delta\rho_2 = 23 \times 10^{-6} \text{ g/cm}^3$)、 $A=10\text{m}$ 、 $L=1000\text{m}$ 、 $T=10\text{分}$ 、 $\sin \alpha = 0.01$ 、 $f = f_i + f_b = 0.03$ とおいた。境界条件は、流動厚さとして $\delta(0) = 3\text{m}$ 、 $\delta(1000) = 10\text{m}$ とし、等流条件より $u(0)$ 、 $u(1000)$ を与えた。初期条件は簡単に

$$\delta(x) = \delta(0) + (\delta(1000) - \delta(0)) \cdot x/1000,$$

$$u(x) = u(0) + (u(1000) - u(0)) \cdot x/1000$$

とした。計算結果の一例が図-2に示されており、底層流の脈動が一応表現されている。

本計算例では、上流側・下流側境界条件を簡単に一定値で与えたが、境界条件は対象に応じて適切なものを選ぶ必要がある。また、本解析は、連行を無視していること、圧力の評価において重力波の運動による項を考慮していないこと、連続成層の場合についての検討がなされていないなど不十分な点を有している。これらについては改善に向けて現在検討中である。

参考文献

- 1) R.G., Fleagle(1950): A theory of air drainage, J. of Meteorology, Vol.7, No.1101, pp.227-232

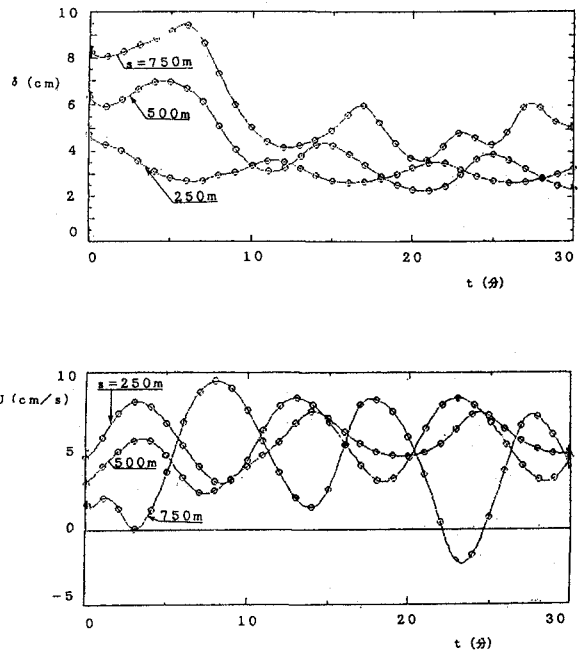


図-2 流動厚さと流速の計算結果