

II-323

エンストロフィーを用いた乱流モデルの開発の試み

丸 紅 正員 金井敏生
 鹿島建設技研 正員 田中昌宏
 東京工業大学 正員 池田駿介

1. はじめに

閉鎖性海域や沿岸海域の水理現象を考える上では、密度乱流の取り扱いが重要なポイントとなる。特に安定成層場の流れでは、鉛直方向の乱流輸送が抑制されるため、そのモデル化が最大の問題となる。

室田ら¹⁾は表層密度噴流への乱流モデルの適用性について詳細な検討を行い、複雑な密度乱流場においては、通常の $k-\varepsilon$ モデルでは不十分であり、密度効果を考慮した代数応力モデルが適切であることを示した。

本研究では、渦動粘性係数を用いる2方程式乱流モデルの枠組みで、密度効果を考慮した鉛直方向の渦動粘性係数を合理的に評価するため、エンストロフィー(変動渦度強度)を用いた乱流モデルの開発を試みる。

2. k と ε を乱れの代表量に用いた乱流モデルについて

現在最も多く用いられている乱流モデルでは、乱れ場の代表量として乱れエネルギー k とその逸散率 ε を選び、方程式系をクローズする。クローズの過程で最も重要となるのが、レイノルズ応力の輸送方程式中の圧力変形速度相関項であり、Launder²⁾は次の様なモデル化を行っている。(変数の説明は文献2) 参照)

$$\frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = -C_1 \frac{1}{t_d} \left(\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right) - C_2 \left(P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P \right) \quad (1)$$

$$P_{ij} = - \left\{ \overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right\} - \frac{\alpha}{T} \left\{ \overline{u_i T'} g_j + \overline{u_j T'} g_i \right\}, \quad P = \frac{1}{2} P_{kk} \quad (2)$$

ここで、 P_{ij} はレイノルズ応力の生産項であり、(2)式の第1項がせん断、2項が浮力によるものである。ここで重要なのが乱れの代表時間スケールを表す t_d であり、Launderはこれを k と ε を用いてモデル化している。次にレイノルズ応力の輸送方程式において、生産、逸散、圧力変形速度相関項の平衡状態を考えると、レイノルズ応力に関する代数方程式が得られる(密度フラックスについても同様)。

$$\overline{u_i u_j} = \frac{2}{3} \delta_{ij} k + \frac{k}{\varepsilon} \phi \left(P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P \right) \quad (3)$$

この式に k と ε の輸送方程式を連立して解くのが代数応力モデルである。ただし、代数応力モデルでは、 ε の輸送方程式に密度の効果を考慮した項は用いないのが普通である。これは ε が局所等方性が成り立つマイクロスケールの代表量であるからであり、さらにカスケードプロセスに相似性があれば、 ε は間接的にマクロスケールの代表量となる。

さらにレイノルズ応力と密度フラックスを勾配拡散型で表現し、渦動粘性係数を導くと次式となる。

$$\nu_t = \beta \left\{ \frac{2}{3} \left(1 - \frac{P}{\varepsilon} \phi \right) - 2 \frac{P}{\varepsilon} \phi \frac{R_f}{1-R_f} \right\} \frac{k^2}{\varepsilon} = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad \beta = \frac{\phi}{1 + \phi (\phi_T + \phi'_T / \sigma_t) B} \quad (4)$$

ここで、密度変化がなく ($R_f = 0$ 、 $B = 0$)、 $P/\varepsilon = \text{一定}$ として、 C_μ を固定したものが、いわゆる $k-\varepsilon$ モデル(渦動粘性係数)である。

3. エンストロフィーモデル

(a) 乱れの代表量と渦動粘性係数 本研究では、(1)の t_d の表現、つまり乱れ場の代表量に何を取るかを再検討する。石川・田中³⁾は風による安定成層の混合モデルとして”局所エネルギー相似の仮説”、つまり混合層の各深さで生産された乱れエネルギーがその場のポテンシャルエネルギーの増加(つまり混合)に一定の比率で変換されるモデルを提案している。これは流体の回転運動によって引き起こされる最も不安定な状態を利用した最大効率(効率 $1/2$)の混合モデルである。良く知られているように密度が変化する場

では流体内部においても渦度が生成される。したがって、密度乱流場においては渦度を直接表現できる量が最も適切であると考えられる。また最大効率の混合では、乱れの逸散は混合の結果として起こり、通常のせん断乱流と同様なカスケードプロセスは経ないと考えている。

そこで本研究では、乱れの代表量に ε ではなく、変動渦度の強さエンストロフィー Ω を用いる。(1)式において、 $t_d = 1/\Omega$ とし、先と全く同様な式展開を行うと、 Ω を用いた渦動粘性係数の表現は次のようになる。

$$\nu_t = \frac{2}{3} \beta \left\{ 1 - \phi \frac{P_s}{k \Omega} (1 + 2 R_f) \right\}, P_s = - \frac{1}{2} \left\{ \overline{u i u k} \frac{\partial U_j}{\partial x k} + \overline{u j u k} \frac{\partial U_i}{\partial x k} \right\} \quad (5)$$

(b) エンストロフィー Ω の輸送方程式 Ω と k を用いた2方程式乱流モデルは、等密度の乱流に対してSaffman⁴⁾が提案している。しかし、 k と Ω の生産項が対流輸送型となっているため、モデルの普遍性に問題がある。本研究では、新たにせん断及び密度による生産項について考察し、次の様な Ω の輸送方程式(ここでは鉛直一次元)を提案する。

$$\frac{\partial \Omega^2}{\partial t} = \underbrace{\alpha_1 \Omega \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^2}_{\text{生産項(せん断)}} - \underbrace{\alpha_2 \frac{g}{\rho_n} \frac{\partial \rho}{\partial z} \Omega}_{\text{生産項(浮力)}} - \underbrace{\alpha_3 \Omega^3}_{\text{逸散項}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_t \frac{\partial \Omega^2}{\partial z} \right)}_{\text{拡散項}} \quad (6)$$

ここで、せん断による Ω の生産は k と生産に比例すると考え、浮力による生産は、 Ω の回転角速度を持つ渦度が発生したとき、密度の効果によってそれと逆向きの渦度を生成すると考えて導いている。

(c) チェック計算(風による安定成層の混合)

ここではモデルのチェック計算として、2層状態にある無限に広い領域に、風がステップ関数的に吹き出した場合(DIM型の混合³⁾)について、(4)式による k - ε モデルと本モデルを比較する。

図1は混合層内の乱れエネルギー k の分布である。 k - ε モデルでは k は混合層底部に向かって単調に減少しているが、 Ω モデルでは混合層底部近くでピークを示しており、DIMの混合の特性をよく表している。図2はこのときの Ω モデルによる乱れエネルギーの収支を表しており、混合層底部近くで生じる K - H 不安定に類似した乱れの発生に対応したピークが見られる。しかし石川・田中の理論によれば、ポテンシャルエネルギーの増加率は生産項の $1/2$ になるのに対し、 Ω モデルでは3割程度となっている。

4. おわりに

本研究では密度乱流の特性を表現できる新しい乱流モデルの開発を試みた。その結果、風による安定成層の混合の乱流の特徴をある程度表現できることが示された。しかし、流速や連行速度の絶対値は、

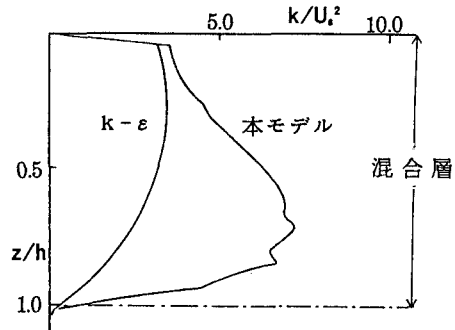


図1 混合層内の乱れエネルギーの鉛直分布

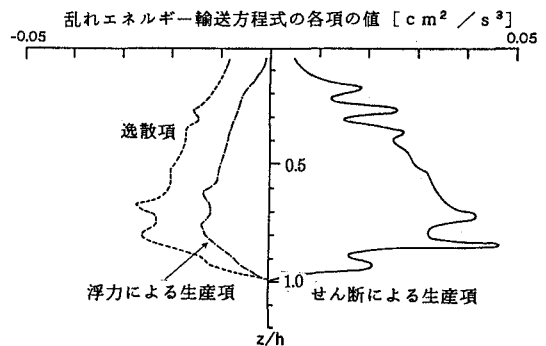


図2 乱れエネルギーの収支

既存の理論³⁾と十分一致しなかった。この原因としてはモデル中の定数を従来のモデルと同じ値を用いていること等が考えられる。今後は、基本的な乱流量の実験的検討を含め、モデルの改良を行う必要がある。

参考文献 1)室田ら:土木学会論文集, No. 411/II-12, pp. 35-44, 1989. 2)Laundier, B. E.: JFM, Vol. 67, pp. 569-581, 1975. 3)石川・田中:土木学会論文集, No. 417/II-13, pp. 99-108, 1990. 4)Saffman, P. G.: Proc. Roy. Soc. Lond. A. 317, 417-433, 1970.