

II-307

段落ち流れによる落下水脈の形状について

西日本工業大学 正員 赤司 信義

西日本工業大学 正員 石川 誠

山口大学工学部 正員 斎藤 隆

1. はじめに

段落ち流れによる落下水脈の下面空間が通気されない場合、下面空間の空気圧は負圧になり、水脈は下方に曲げられる。洪水時のように数m程度の限界水深を生じる場合、下面空気圧の負圧が大きくなって、段落ち背面の崩落を誘起することも考えられる。又、落下水脈の減勢工を設計する際には、水脈の飛距離を明らかにしておく必要がある。これまでの段落ち流れによる落下水脈形状に関する研究は、水脈下面空間を通気した場合を対象にして、実験的に行われていて、通気しない場合を含めて、理論的に取り扱った研究は見あたらない。本研究は、比エネルギー分布、曲率半径分布、流線勾配分布を従来の知見に基づいて与え、水脈形状が下面空間の圧力によってどの程度変化するかを検討したものである。

2. 速度分布と圧力分布について

図1のように記号を定めるとき、 n 方向の運動方程式は(1)式で示され、 $\partial y / \partial n = \cos \phi$ を考慮して書き直すと(2)式になる。段落ち上流の支配断面($h=h_c$)での速度分布は対数則に従い、圧力分布は静水圧分布になることが知られている。そこで、支配断面の速度分布を滑面对数速度分布式で与える。比エネルギーが流線上で保持され、比エネルギー分布が(3)式で与えられる場合を考えて、(2)式を解くと、速度分布は(4)式になる。ここに、 E は比エネルギー、 E_s は水表面比エネルギー、 u は支配断面の流速、 u_s は支配断面の水表面流速、 u_c は支配断面の平均流速、 u_τ は摩擦速度、 h_c は限界水深、 V は水脈の流速、 V_s は水脈上面の流速、 r は曲率半径、 $\eta = y/h$ である。水脈上面流速及び圧力分布はそれぞれ(5)、(6)式である。又、 h/h_c は(6)式より、水脈下面圧力を p_b として、(7)式で与えられる。

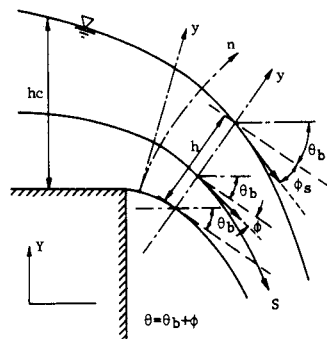


図1 流れの概略

$$\frac{V^2}{gr} + \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{V^2}{2g} \right) = \frac{\partial E}{\partial n} \quad \dots\dots (1) \quad \frac{V^2}{gr \cos \phi} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{V^2}{2g} \right) = \frac{\partial E}{\partial y} \quad \dots\dots (2)$$

$$\frac{E}{E_s} = \frac{(u/u_\tau)^2}{(u_s/u_\tau)^2} + \frac{2ghc/uc^2 (uc/u_\tau)^2 (1+Y/hc)}{2ghc/uc^2 (uc/u_\tau)^2 (1+Y/hc)} \quad \dots\dots (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{V}{V_s} &= F_V(\eta) \left\{ 1 - \frac{2ghc}{V_s^2} \cdot \frac{E_s}{hc} F_f(\eta) \right\}^{1/2} \\ F_f(\eta) &= 1 - \frac{E}{E_s} / F_V^2(\eta) - 2 \int_{\eta}^1 \frac{1}{r/h \cos \phi} \frac{E}{E_s} / F_V^2(\eta) d\eta, \quad F_V(\eta) = \exp \left(\int_{\eta}^1 \frac{1}{r/h \cos \phi} d\eta \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots (4)$$

$$\frac{V_s^2}{2ghc} = \frac{E_s}{hc} - \frac{h}{hc} \cos \theta_b \quad \dots\dots (5) \quad \frac{p/w}{h} = \frac{E}{E_s} \frac{E_s}{hc} \frac{hc}{h} - \frac{V_s^2}{2ghc} \frac{hc}{h} \left(\frac{V}{V_s} \right)^2 - \eta \cos \theta_b \quad \dots\dots (6)$$

$$\left. \begin{aligned} h/hc &= (-B - \sqrt{B^2 - 4AC}) / (2A) \quad B = \frac{E_s}{hc} F_V^2(0) \cos \theta_b \{ F_f(0) - 2 \} + \left(1 + \frac{Y}{hc} - \frac{p_b/w}{hc} \right) \cos \theta_b \\ A &= F_V^2(0) \cos^2 \theta_b \quad C = \left(\frac{E_s}{hc} \right)^2 F_V^2(0) \{ 1 - F_f(0) \} - \frac{E_s}{hc} \left(1 + \frac{Y}{hc} - \frac{p_b/w}{hc} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots (7)$$

3. 水脈形状について

水脈の曲率半径分布を(8)式で、流線傾角分布を(9)式で与える。 r_b は水脈下面の曲率半径、 ϕ_s は水脈上面の流線傾角である。

r_b 、 ϕ_s を求めるために、(10)、(11)式で示す連続の式と運動量の式(図2の c-f 断面を検査面とする)を適用する。 α はエネルギー補正係数、 β は運動量補正係数である。又、水脈下面の曲率半径 r_b が求められると、曲率半径の定義: $r_b = (1+Y'^2)^{3/2}/Y''$ から、(12)式が得られ、この式を差分近似で解くことによって、水脈下面形状を求めることができる。

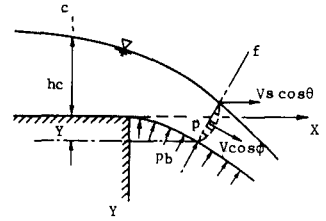


図2 運動量の検査面

$$r = r_b + y \quad \dots\dots(8) \quad \phi = \phi_s \eta \quad \dots\dots(9)$$

$$\left. \begin{aligned} q &= uhc = Vsh \int_0^1 \frac{V}{V_s} \cos \phi d\eta \\ \frac{V_s}{g} \frac{h}{hc} F_q - \frac{1}{\alpha} &= 0, \quad F_q = \int_0^1 \frac{V}{V_s} \cos \phi d\eta \end{aligned} \right\} \dots\dots(10)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho \int_0^{hc} u^2 dy - \rho \int_0^h V^2 \cos \theta \cos \phi dy - \frac{w}{2} hc^2 - \int_0^h p dy \cos \theta b + p_b Y &= 0 \\ \frac{V_s^2}{g} \frac{h}{hc} F_m + \frac{h}{hc} \left(1 + \frac{\beta}{2\alpha} + \frac{Y}{hc}\right) \cos \theta b - \frac{V_s^2}{2g} \frac{h}{hc} F_p \cos \theta b \\ - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{hc} \cos \theta b\right)^2 - \left(\frac{\beta}{\alpha} + \frac{1}{2}\right) \frac{p_b/w}{hc} \frac{Y}{hc} &= 0 \\ F_m = \int_0^1 \left(\frac{V}{V_s}\right)^2 \cos \theta \cos \phi d\eta, \quad F_p = \int_0^1 \left(\frac{V}{V_s}\right)^2 d\eta \end{aligned} \right\} \dots\dots(11)$$

$$\frac{dY}{dX} = \tan \theta b = \sqrt{1 / \left(1 - \int_0^Y \frac{1}{r_b} dY\right)^2 - 1} \quad \dots\dots(12)$$

4. 計算結果

図3は段落ち地点の速度分布と圧力分布の計算結果($R_0 = q/\nu = 44000$)を示したものである。図中の描点は文献-1に記載されている実験結果を示している。図4は水脈形状の計算結果を示したものである。速度分布の計算結果は実験結果とよく一致しているが、圧力分布の計算結果は実験結果とかなり異なっている。この違いは段落ち断面の曲率半径分布に関係している。水脈形状は、水脈下面圧力が0の場合、岩崎の式とほぼ一致している。又、水脈下面圧力が $p_b/w = -0.4hc$ の場合の結果から分かるように、下面圧力の負圧によって水脈が下方に曲げられることがよく分かる。

5. おわりに

水脈形状の計算を行った結果、水脈下面圧力が0の場合、実験結果とほぼ一致した。今後、水脈下面圧力が負圧の場合の水脈形状特性や段落ち断面付近の流線特性(曲率半径分布や流線傾角分布)等について検討を進めて行きたい。

参考文献 1) 岩崎敏夫: 段落水流の水理現象に関する実験的考察、土木学会誌、38-6、1953。

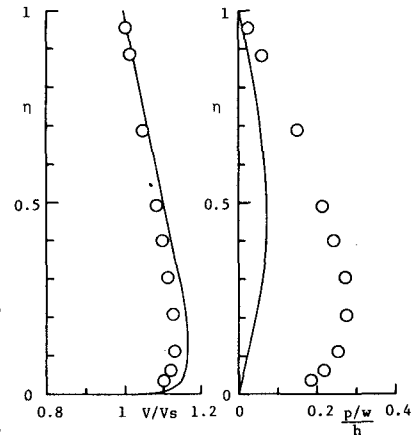


図3 速度分布と圧力分布

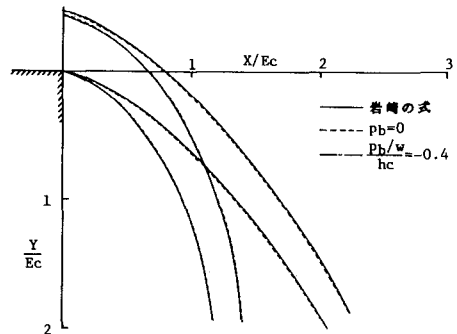


図4 水脈形状