

II-305

越流型透過水制工周りの流れの後流モデル

北海道大学大学院 学生員 柿崎 恒美

北海道大学 正員 長谷川 和義

1.はじめに:図1の様に配置した透過水制工周りの流れについて後流を用いて理論的に考察し、さらに実験を行い理論との整合性を確かめた。

2.水深方向のモデル化:図1の水制域の水深方向には式(1)のcircular wake¹⁾が成り立つとして解析を行った。

$$\frac{U}{U_2} = 1 - \frac{1}{27\beta} \left(\frac{105}{2\pi\beta} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{C_D A}{x^2} \right)^{\frac{1}{3}} \left\{ 1 - \left(\frac{z}{b} \right)^{\frac{3}{2}} \right\}^2 \quad \dots(1)$$

$$b(x) = \sqrt[3]{\frac{105}{2\pi} \beta^2 (C_D A x)}^{\frac{1}{3}} \quad \dots(2)$$

($\beta=0.07, C_D=1.38$) また、せん断力は第1近似として以下の条件式から導いた。まず全断面の平均流速と摩擦速度を U_m, U_x 、主流域と水制域のそれをそれぞれ U_1, U_{x1}, U_2, U_{x2} と定義し、せん断力と流量の平衡条件から式(3)、(4)が得られる。ここで、水制域には後流を、主流域には対数則を仮定すれば式(5)、(6)となる。この関係から得られる U_2, U_{x1} を用いて理論値と実験値を比較した。(図2、図3)

$$BU_x = B_1 U_{x1} + B_2 U_{x2} \quad \dots(3)$$

$$BU_m = B_1 U_{m1} + B_2 U_{m2} \quad \dots(4)$$

$$1/2 \rho (k B_2) C_D U_2^2 = B_2 s \rho U_{x2}^2 \quad \dots(5)$$

$$U_1/U_{x1} = 6.0 + 5.751 \log(h/k_s) = \sigma \quad \dots(6)$$

3.横断方向のモデル化:浅水流方程式(式(7)、式(8))を前節の結果を基本にして解析的に解くことにする。

$$U_m \frac{\partial U_m}{\partial x} + V_m \frac{\partial U_m}{\partial y} = g I + \varepsilon_y \frac{\partial^2 U_m}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho h} \tau_x \quad \dots(7) \quad \frac{\partial U_m}{\partial x} + \frac{\partial V_m}{\partial y} = 0 \quad \dots(8)$$

(A) 主流域の解:水深方向平均流速 U_m, V_m として、 $U_{m1 \log} = \sigma U_{x1} f_1(\eta_1) \quad \dots(9), V_{m1 \log} = 0 \quad \dots(10)$ 、(ただし、 $\eta_1 = (y - B_2)/B_1$)を与える。さらに $\tau = \rho C_f U_m^2, \varepsilon_y = \alpha h U_{x1}$ と仮定して(7)式に代入すれば、 $k_1^2 + \nu \Phi'' - \Phi^2 = 0 \quad \dots(11)$ 、(ただし、 $k_1 = U_x/U_{x1} \quad \dots(12), \Phi = \sigma \sqrt{C_f} f_1(\eta_1) \quad \dots(13), \nu = \alpha / \sqrt{C_f} (h/B_1) \quad \dots(14)$)となる。 ν は微小(礫床河川では $\alpha=0.13, C_f=0.01$)なので、 ν を摂動パラメーターに選ぶと、(11)式の Φ は ν の漸近展開により $\Phi = \Phi_0 + \nu \Phi_1 + \nu^2 \Phi_2 + \dots \quad \dots(15)$ と表される。式(15)を式(11)に代入し ν^0, ν^1 のオーダーに対して(16)、(17)式が得られる。 ν^0 次オーダー: $k_1^2 - \Phi_0^2 = 0 \quad \dots(16), \nu^1$ 次オーダー: $\Phi_0'' - 2\Phi_0 \Phi_1 = 0 \quad \dots(17)$

これらの式の解として $\Phi = k_1$ が得られるが、この解は式(11)の1つの厳密解となっているが、乱流による横断方向の運動量輸送を無視したことに対応し、水制場における現象を正しく表しているとは思われないので、式(11)の第2項が他の項と同じオーダーになるように特異摂動法²⁾に従い、内部変数 $p_1 = \eta_1 / \nu^{1/2}$ を導入すると式(11)は $k_1^2 + \Phi'' - \Phi^2 = 0 \quad \dots(18)$ となる。この式に Φ の漸近展開 $\Phi = \bar{\Phi}_0 + \nu \bar{\Phi}_1 + \nu^2 \bar{\Phi}_2 + \dots \quad \dots(19)$ を代入すると ν^0, ν^1 のオーダーに対して次の微分方程式が得られる。 ν^0 次オーダー: $k_1^2 + \bar{\Phi}_0'' - \bar{\Phi}_0^2 = 0 \quad \dots$

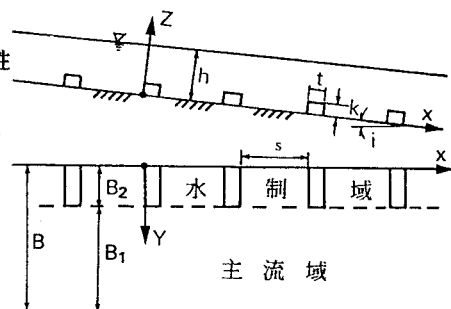


図1 水制を配置した河道の概略と座標軸の定義図

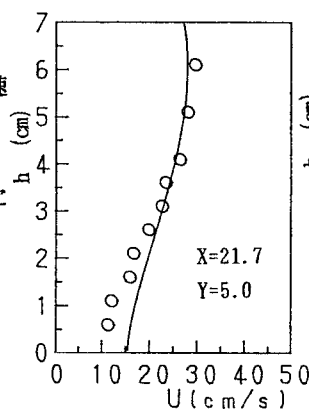


図2 水制域の水深方向の流速分布図

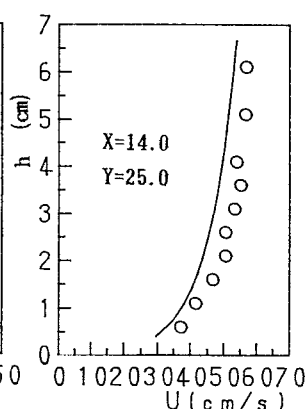


図3 主流域の水深方向の流速分布図

(20)、 ν^{-1} 次オーダー: $\bar{\Phi}_1'' - 2\bar{\Phi}_0\bar{\Phi}_1 = 0 \dots (21)$ 。式(20)の1つの厳密解は $\bar{\Phi} = k_1$ であるので、これを用いて式(21)を解くと U_m は以下になる。

$$U_{m100} = \frac{U_{*1}}{\sqrt{C_f}} \{k_1 + c_1 \exp(-\sqrt{2k_1} p_1)\} \dots (22)$$

(B)水制域の解: 式(1)を仮定しているので U_m, V_m は以下になる。

$$U_{mwake} = U_2 \left\{ 1 - \frac{1}{60h} \left(\frac{105C_D A}{2\pi\beta} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{1}{x} \right)^{\frac{1}{3}} \right\} f_2(\eta_2) \dots (23) \quad V_{mwake} = -U_2 \left\{ \frac{1}{180h} \left(\frac{105C_D A}{2\pi\beta} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{B_2}{x} \left(\frac{1}{x} \right)^{\frac{1}{3}} \right\} f_2(\eta_2) \dots (24)$$

ここで、 $\eta_2 = y/B_2$ である。後流を仮定しているので河床せん断力は無視し、 $\varepsilon_y = \alpha h U_{*2}$ と定義して、(23)、(24)式を(7)式に代入すると $\Psi''\Psi' - \Psi\Psi'' - \lambda\Psi''' = k_3^2 \dots (25)$ となる。

$$\Psi(\eta_2, x) = \left\{ 1 - \frac{1}{60h} \left(\frac{105C_D A}{2\pi\beta} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{1}{x} \right)^{\frac{1}{3}} \right\}^{\frac{1}{2}} \left\{ \frac{1}{180h} \left(\frac{105C_D A}{2\pi\beta} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{B_2}{x} \left(\frac{1}{x} \right)^{\frac{1}{3}} \right\}^{\frac{1}{2}} f_2(\eta_2) \dots (26)$$

$$\lambda = \alpha k_2 \left(\frac{h}{B_2} \right)^2 \left\{ 1 - \frac{1}{60h} \left(\frac{105C_D A}{2\pi\beta} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{1}{x} \right)^{\frac{1}{3}} \right\}^{\frac{1}{2}} \left\{ \frac{1}{180h} \left(\frac{105C_D A}{2\pi\beta} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{B_2}{x} \left(\frac{1}{x} \right)^{\frac{1}{3}} \right\}^{-\frac{1}{2}} \dots (27)$$

$k_3 = U_x/U_2 \dots (28)$ 、 $k_2 = U_x/U_2 \dots (29)$ 。 λ を摂動パラメータに選び、主流域と同様の理由により内部変数を $p_2 = \eta_2/\lambda$ と定義すれば、(25)式は $\Psi''\Psi' - \Psi\Psi'' - \lambda\Psi''' = \lambda^2 k_3^2 \dots (30)$ となり、解を摂動法により求めると U_m は次式のようになる。

$$U_{mwake} = U_2 J(x) [\lambda \{D_1 \exp(p_2) + D_2\}] \dots (31)$$

$$J(x) = \left\{ 1 - \frac{1}{60h} \left(\frac{105C_D A}{2\pi\beta} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{1}{x} \right)^{\frac{1}{3}} \right\}^{\frac{1}{2}} \left\{ \frac{1}{180h} \left(\frac{105C_D A}{2\pi\beta} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{B_2}{x} \left(\frac{1}{x} \right)^{\frac{1}{3}} \right\}^{-\frac{1}{2}} \dots (32)$$

式(22)と式(31)の接続は接合点での流速とせん断力の連続性、横断面の流量の連続条件より求まる。

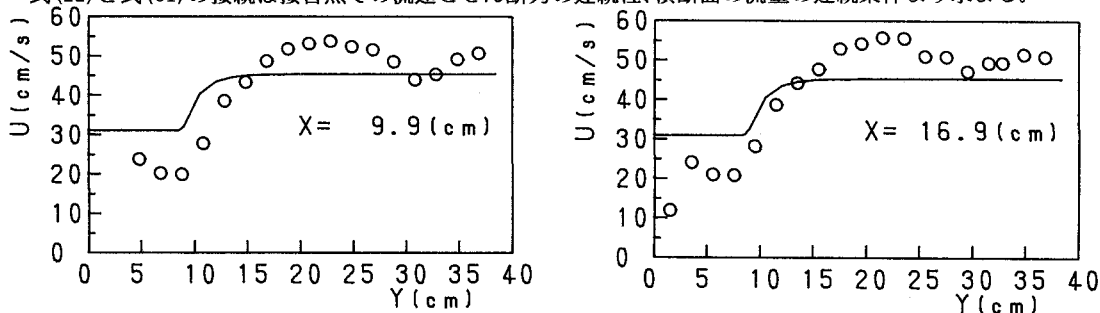


図4 横断面の流速分布図

3.まとめ: (1)透過水制を3次的に配置した場合、流れの特徴から水制域と主流域に領域を区分でき、前者には後流分布、後者には対数分布が成立する。(2)図4に示すように2次元浅水流モデルを使って得られる流速の横断方向分布はその形状は局所的な部分を除いては実測値をある程度再現する。ただし、ここでは ε_y は礫床河川の1/10倍の値とした。この原因は今後の課題である。

謝辞: 本研究は、文部省科研費一般C(02650352)「透過性ステップ下流域における流れの不思議な構造の解明」、並びに(財)鹿島学術振興財団の研究助成を受けた。記して感謝の意を表す次第である。

参考文献: (1) L. M. Swan, On the turbulent wake behind a body of revolution, Proc. Roy. Soc. London A125, 647, 1929. (2) 泉典洋・池田俊介: 側岸に樹木を有する直線礫床河川の安定横断河床形状、土木学会論文報告集、第411号, 1989.