土木学会第46回年次学術講演会（平成３年９月）

II-298 有限要素法による簡易な二次元河床変動計算

大日本コンサルタント株式会社 正員 山本信二
東京工業大学 工学部 正員 渡辺明英
建設省 土木研究所 正員 山本晃一

1．はじめに

平面河床変動計算は、流体と流砂の運動を数値解析により求めて、模型実験と同様に洪水時の河床変動及び水衝部の状況を把握するために用いられる。差分法による河道内の流れの計算を簡易に行う方法には、清水の方法[1),2)] があり、種々の検討に使われている。しかし、有限要素法で流れの計算を行うと、不安定であり正確な解が得られないことがある。本研究では、差分法で行われている安定化手法を有限要素法に取り込んだ平面二次元の河床変動計算の有効性について検討を行った。

2．基礎方程式

流れの計算において、運動方程式は二次元の浅水長波方程式を用い、水位の計算には流量の連続式を用いる。ただし、掃流砂ベクトル（q_{bx}, q_{by} ）は芦田・道上式で量を表し、斜面上の砂粒子に働く重力の付加掃流力[3)] を考慮して表される運動方程式[4)] から求めた式(1)を用いる。

$$\left.\begin{aligned} q_{BX} &\cong K\cdot d\left(\left|\overrightarrow{\tau_{*e}}+\overrightarrow{\Delta\tau_*}\right|-\tau_{*c}\cos\theta\right)u_*\left(1-\sqrt{\mu_k/\mu_s}\,\frac{u_{*c}}{u_{*e}}\right)\left(\frac{u_b}{u}-\frac{\tan\theta_x}{\sqrt{\mu_s\mu_k}}\frac{u_{*c}}{u_*}\right)\\ q_{BY} &\cong K\cdot d\left(\left|\overrightarrow{\tau_{*e}}+\overrightarrow{\Delta\tau_*}\right|-\tau_{*c}\cos\theta\right)u_*\left(1-\sqrt{\mu_k/\mu_s}\,\frac{u_{*c}}{u_{*e}}\right)\left(\frac{v_b}{u}-\frac{\tan\theta_y}{\sqrt{\mu_s\mu_k}}\frac{u_{*c}}{u_*}\right)\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

ここに、q_{Bx}, q_{By} ：ｘｙ方向の掃流砂ベクトル、 τ_{*e}：無次元有効掃流力、 $\Delta\tau_*$：無次元付加掃流力、τ_{*c} ：無次元限界掃流力、 u_* ：摩擦速度、 u_{*e}：有効摩擦速度、 u_{*c} ：限界摩擦速度、 u_b, v_b ：砂粒子のｘｙ方向の移動速度、 $u=(u_b{}^2+v_b{}^2)^{1/2}$ 、 μ_s, μ_k ：砂粒子の静止摩擦係数及び動摩擦係数、θ ：河床の最急勾配、 θ_x, θ_y ：ｘｙ方向の河床の傾き、 $K=\beta/\mu_f\cdot\cos\theta$ 、 $\beta=u/u_*$ 、d ：砂粒子の粒径

3．計算の安定化

(1)移流項の風上化及び水位の連続式のポアッソン化

有限要素法は流れの計算に対して不安定であり、何らかの方法を用いて安定化させる必要がある。そこで、本モデルでは、運動方程式の移流項に対して風上化を行い、水位の連続式に対しては、流速の時間変動量を導入することで運動方程式と組み合わせ基礎式をポアッソン化し、安定化を図る。

(2)要素分割依存性の除去

三角形要素による分割を用いた場合、分割方法が悪いと解が振動し、場合によって解が得られない。これは１つの節点に影響する周辺の節点の数や１つの節点に関する面積が分割方法に依存し、それにより周辺情報に偏りが生じるためである。ただし、四角形要素を用いた場合には問題は生じない。そこで従来のよく用いられている三角形要素を対象としたプログラムをそのまま有効に利用し計算を行えるようにするために、四角形としての性質を保つよう、１つの四角形に対して、各対角線を一辺に持つ２種類の三角形分割を行い、各分割に対する構成方程式を同時に重ね合わせることによって、解の要素分割依存性をなくすようにする。また、マスマトリクスのみをランピングすると、空間情報の不整合から無意味な人工粘性が生じるため、式全体についてランピングを行う。

4．河床流速、二次流

流砂運動を知るためには、河床材料の移動に直接関与する河床付近の流れを知ることが必要であり、これを正確に求めるには三次元計算を行う必要がある。しかし、三次元計算は計算時間、境界条件の設定などに労力を必要とする。そこで、本モデルでは、河床変動計算を簡易に行うために、流速の鉛直分布[5)] を仮定し主流の河床付近の流速を計算し、式(2) により流れの曲率を求め式(3) によって主流に直行する二次流を計算することで、二次流による掃流力ベクトルの方向の補正を行い、平面河床変動計算を行っている。

$$\frac{1}{r}=\frac{\partial\theta}{\partial s}=\cos\theta\frac{\partial\theta}{\partial x}+\sin\theta\frac{\partial\theta}{\partial y} \quad \left(\theta\text{ ：平均流向がx軸となす角度 } \frac{1}{r}\text{ ：流線の曲率}\right) \quad (2)$$

$$\frac{\Delta u_b}{u_b}=-N_*\frac{h}{r} \quad \left(u_b\text{ ：主流の河床流速 } \Delta u_b\text{ ：二次流 } N_*\text{ ：二次流強度の係数 } h\text{ ：水深}\right) \quad (3)$$

5．検証計算

わん曲水路での実験結果と比較を行い、本モデルの妥当性についての検討を行った。

図-1、2はわん曲水路の河床高の変化を示したもので図-1の単一の要素分割での計算では、河床高が壁面で振動し、安定した解が得られなかった。それに対し図-2に示す二重要素重ね合わせを用いた場合は河床は振動せず安定した結果となった。さらに計算を進め、実験結果と河床高の縦断変化を比較したものが図-3である。要素分割はかなり粗いにも関わらず、計算結果は概ね実験結果に近い変動状況を示している。しかし、内岸側の堆積高は計算の方が高く、洗掘深は計算の60%程度である。ただし、この計算結果は平衡状態のものでなく途中段階のものであるため、洗掘深の比較は正確ではない。この後、平衡になるまで計算を続けようとすると洗掘は進行するが、内岸側の堆積が高くなりすぎて計算不能となる。

図-4は要素分割を図-3のものを２倍に細かくしたもので、粗いものに比べ、堆積速度はほとんど変化していないが洗掘速度は増加し実験結果に対し70%程度の洗掘となっている。

なお、河床変動量の時間変化は流れの変化に対して微小であるため、計算時間の短縮のために、河床変動計算の時間々隔には、流れの計算時間々隔に、ある定数を乗じたものを使用している。

6．結論

わん曲水路の計算から、堆積位置、洗掘位置、洗掘深などは平面二次元の計算で、かなり粗い要素分割でも、種々の現象を、短い計算時間で、ある程度定量的に表されることが分かった。また、二重要素を用いることにより、移流項の風上化、及び水位連続式のポアッソン化は人工粘性を導入する事なしに、安定な計算を行うために有効であることが示された。しかし、平面二次元計算では鉛直流速分布の変化に伴う現象、河床抵抗などの問題が残っており、これらの影響が大きく影響する場合には適用性が下がり、定量的な判断を行う場合には問題がある。この問題を明確にするために種々の条件で計算を行い、個々の条件に対するモデルの適用性について検討する必要がある。

＜参考文献＞　1)清水康行、板倉忠興：「河川における 2次元流れと河床変動の計算」土木試験所報告第85号,1986　2)清水康行：「蛇行河川における3次元流れと掃流砂、浮遊砂を考慮した河床変動の計算」開発土木研究所報告,1988　3)福岡捷二、山坂昌成、清水義彦：「平衡形状に着目した中規模河床形態の卓越波数と形成領域区分」土木学会論文集,1985　4)長谷川和義：「非平衡性を考慮した側岸侵食量式に関する研究」土木学会論文集,1981　5)池田駿介,西村達也:「砂床蛇行河川の3次元流れと河床形状」土木学会論文集,1986
＜実験データ＞　福岡捷二,渡辺明英,黒川敏信：「「ベーン工の洗掘抑制効果と設計法に関する研究」土研資料第2644号

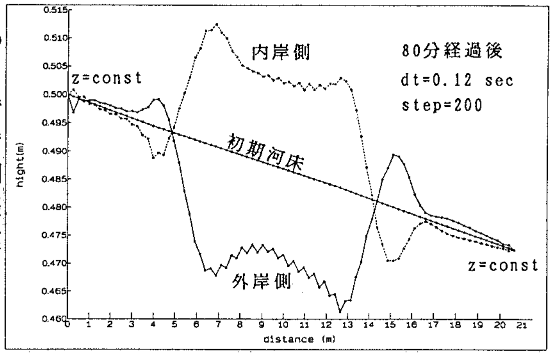

図-1 単一要素による計算

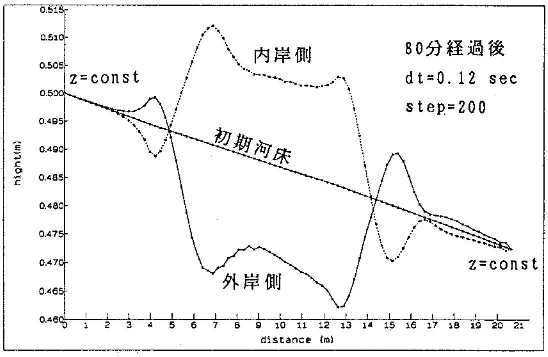

図-2 二重要素による計算

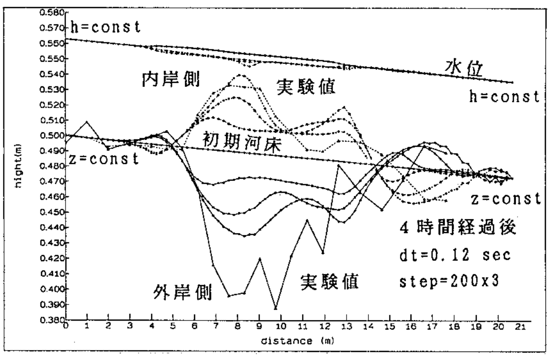

図-3 実験結果との比較

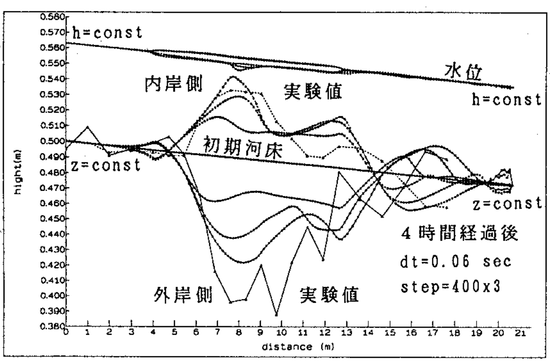

図-4 要素分割変更