

徳島大学工学部 正員 ○岡部 健士
京都大学防災研究所 正員 芦田 和男

1. まえがき: 1次元河床変動計算では、一般に、流砂の連続式を後退または前進の片側差分で離散化しているが、常流⇔射流の遷移を伴う場合、土砂収支に狂いが生じる¹⁾。また、既往の特性曲線解析による河床擾乱の伝播速度^{2), 3)}は支配断面で±∞になり、不合理である。これらは、流れを定常と仮定した基礎式を用いたことに起因している。本報告では、流れの非定常性を無視しない基礎式系から求められる特性速度の性質を論じるとともに、この結果に基づく新たな河床変動量の計算法を提案する。

2. 特性曲線方程式と特性速度:

河床砂の粒径が均一な、広長方形断面河道で生じる掃流砂による河床変動について考える。

図-1に示すように、河床に沿う座標を x 、河幅、河床位、水深、断面平均流速、単位幅当たりの流砂量を、それぞれ B 、 z 、 h 、 v 、 q_B とし、時間を t とすれば、支配方程式は、

$$\partial h / \partial t + 1/B \cdot \partial(Bvh) / \partial x + \partial z / \partial t = 0 \quad (1)$$

$$1/g \cdot \partial v / \partial t + v/g \cdot \partial v / \partial x + \partial h / \partial x + \partial z / \partial x = -i_f \quad (2)$$

$$\partial z / \partial t + 1/\{(1-\lambda)B\} \cdot \partial(Bq_B) = 0 \quad (3)$$

のように記述される。ただし、 g : 重力の加速度、 λ : 河床砂層の空隙率、 i_f : エネルギー勾配である。

(1)~(3)式から求める特性曲線方程式は、特性速度 ω の無次元表示を $w(\equiv \omega/v)$ として、

$$w^3 - 2w^2 + w = -\xi_h/v \cdot w^2 + (1/F_r^2 + \xi_h/v)w + (\xi_h/v - \xi_v/h)/F_r^2 \quad (4)$$

ここに、 $\xi_h = 1/(1-\lambda) \cdot \partial q_B / \partial h$ 、 $\xi_v = 1/(1-\lambda) \cdot \partial q_B / \partial v$ 、 $F_r = v/\sqrt{gh}$ である。ここでManning式ならびに流砂量の無次元表示、 $v = 1/n \cdot h^{2/3} i_f^{1/2} = h^{1/6} u_* / (n\sqrt{g})$ 、 $q_B/\sqrt{s \cdot g d^3} = \Phi_B(\tau_*)$ を導入すると、 ξ_h/v と ξ_v/h は、つぎのように表示される。

$$\xi_h/v = -1/3/\{(1-\lambda)\phi\} \cdot d/h \cdot \sqrt{\tau_*} d \Phi_B/d\tau_* \quad (5-a)$$

$$\xi_v/h = 2/\{(1-\lambda)\phi\} \cdot d/h \cdot \sqrt{\tau_*} d \Phi_B/d\tau_* \quad (5-b)$$

ここに、 n : Manningの粗度係数、 u_* : 摩擦速度、 s : 砂の水中比重、 d : 砂の粒径、 τ_* : 無次元掃流力($=u_*^2/s \cdot g d$)、 Φ_B : 流砂量関数、 ϕ : 流速係数。明らかに、 $\xi_h/v = -1/6 \cdot \xi_v/h$ であるから、 ξ_v/h を ξ として(4)式を書き直せば、

$$w^3 - 2w^2 + w = \xi/6 \cdot w^2 + (1/F_r^2 - \xi/6)w - 7/6 \cdot \xi/F_r^2 \quad (6)$$

ξ は、 Φ_B としてBrown式、 $\Phi_B = 10\tau_*^{5/2}$ を用いる場合、

$$\xi = 50/\{(1-\lambda)\phi\} \cdot d/h \cdot \tau_*^2 \quad (7)$$

となり、これより ξ の実際値は高々1程度と推察される。

図-2は、(6)式の左辺および右辺をそれぞれ $f(w)$ および $g(w)$ として、 ξ と F_r の値の代表的な組み合わせについて f 曲線と g 曲線を描いたものであり、両者の交点の w が特性速度を与える。先述のように ξ は高々1であるから、実際問題では、ほぼ例外なく3個の特性速度が存在する。これらを値が小さい

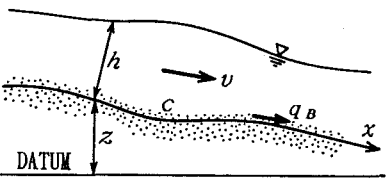


図-1 記号説明図

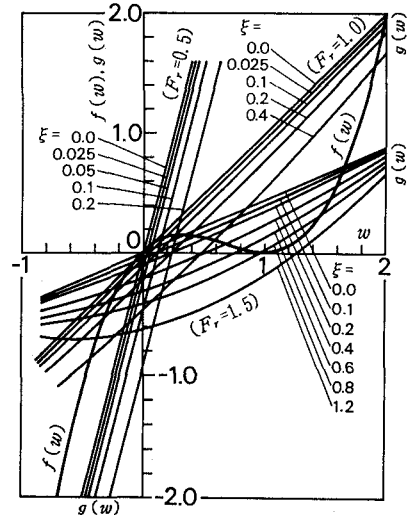


図-2 特性曲線の解の性質

順に w_1 、 w_2 、 w_3 とすれば、特別な場合をのぞいて、 $w_1 \leq 0$ 、 $0 \leq w_2 \leq 1$ 、 $1 \leq w_3$ である。3種の特性速度が具体的にいかなる物理量の伝播を表すかは、陽な解が求まらない限り特定できないが、正負の特性速度の存在は、河床擾乱が上流・下流の双方に伝播することを示唆しているものと言えよう。ただし、 w より大きい ω を与える w_3 は、河床擾乱の伝播にほとんど無関係のように思われる。

3. 河床変動量の計算法：

図-3のように、計算用の離散断面の番号を i 、 i 断面における時刻 t の単位幅流砂量を q_{Bi} 、その後の時間 Δt 内の河床変動量を Δz_i とする。前節の結果に従うならば、 i 断面と $(i+1)$ 断面の間の全幅流砂量の不均衡 $\Delta Q_{Bi} = (B_i q_{Bi} - B_{(i+1)} q_{B(i+1)})$ に起因する河床擾乱は、 i 、 $(i+1)$ 断面の双方の方向に伝播する。このとき、その伝播速度が大きいかほど対応する擾乱が当該区間外に出る可能性が高い。そこで、 ΔQ_{Bi} の影響を、当該区間について求められる $|w_{1i}'|$ と w_{2i}' の逆数を重みにして i と $(i+1)$ 断面に受け持たせることにする (w_3 は、 $w_3 \gg w_2$ なので無視)。このように考えると、 ΔQ_{Bi} に起因する i および $(i+1)$ 断面の河床変動量 $\Delta z'_{i,i}$ および $\Delta z'_{i,i+1}$ は、次式のように表示される。

$$\Delta z'_{i,i} \Delta x_i = w_{2i}' / (|w_{1i}'| + w_{2i}') \cdot \Delta Q_{Bi} \Delta t / (1 - \lambda) \quad (8-a)$$

$$\Delta z'_{i,i+1} \Delta x_i = |w_{1i}'| / (|w_{1i}'| + w_{2i}') \cdot \Delta Q_{Bi} \Delta t / (1 - \lambda) \quad (8-b)$$

ただし、 $\Delta x_i = (x_{(i+1)} - x_{(i-1)})/2$ であり、 $|w_{1i}'|$ と w_{2i}' には、 i および $(i+1)$ 断面の値の平均値を当てればよい。そして、第 i 断面において Δt 時間内に生じる河床変動量 Δz_i は、その上下流側の影響を重ね合わせて求めることにする。

$$\Delta z_i = \Delta z'_{i,i-1} + \Delta z'_{i,i} \quad (9)$$

以上の方法は、 F_r が1からある程度はなれて $w_2 \ll |w_1|$ ($F_r < 1$) または $w_2 \gg |w_1|$ ($F_r > 1$) となるとき、それぞれ従来の後退差分あるいは前進差分に帰着する。また、土砂収支の狂いももたらさない。

4. 数値計算例：

幅、勾配が一樣な無限長さの均一砂床の一部に形成された滑らかなマウントが変形する過程を例にとり、上で提案した計算法と従来の方法とを比較した結果の一例を紹介する。

初期状態のマウントの突起高さ z_M は、 m -単位で、 $z_M = 0.05 \exp[-(x - x_c)^2 / 250]$ とした (x_c ：マウント中心の x 座標値)。マウント以外の河床勾配 i_0 は、仮定した粗度係数 $n = 0.03$ および単位幅流量 $q = 1.0 \text{ m}^3/\text{sec}$ のもとで、初期状態のマウントの頂点に限界状態に非常に近い流れが発生するが、その他の区間では常流または射流だけが現れるよう、2種に変化させ、同時に砂の粒径 d も常流、射流でそれぞれ 1mm 、 2mm と変化させた。計算は、流砂量式として先述のBrown式を用い、片押し方式に従って実施した。筆者らの方法を用いた計算の Δt は、 $\Delta t \leq \text{Min.} [\Delta x_i / (|w_{1i}'| \text{ or } w_{2i}')]]$ により決定した。

計算結果を図-4および図-5に示している。図中の h_o 、 h_c は、それぞれマウントを除く区間の等流水深、限界水深である。いずれにおいても安定した計算結果が得られている。2種の方法による結果を比較すると、初期において筆者らの方法が従来の方法に比して、下流側(常流の場合)あるいは上流側(射流の場合)に歪んだマウント形状を与えていることが分かるが、両者の相違は極めて僅かである。ただし、筆者らの方法を用いる場合、計算時間が従来の方法を用いる場合の $1/2 \sim 1/3$ 程度に短縮された。

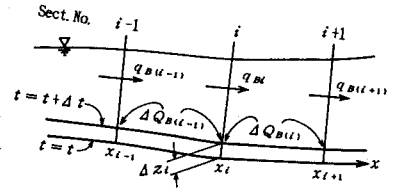


図-3 河床変動量計算の模式図

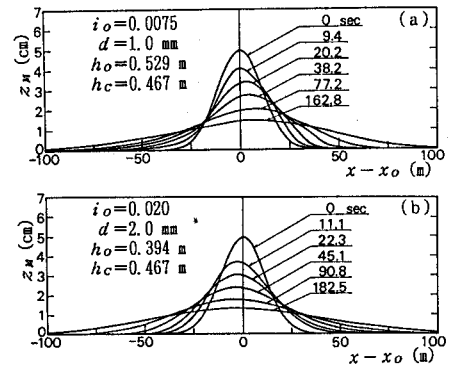


図-4 筆者らの方法の計算結果

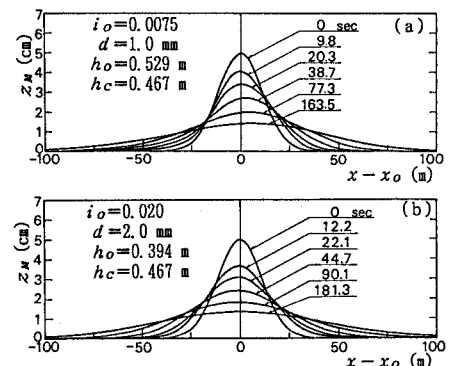


図-5 従来の方法の計算結果

【参考文献】 1)たたとえば、道上ほか：水工論文集，Vol. 35，1990，pp. 367-372. 2)鈴木：第32回年講，第2部門，1977，pp. 438-439. 3)黒木ほか：第17回自然災害シンポジウム論文集，1980，pp. 175-178.