

II-281

交互砂州発生における浮遊砂の影響

北海道開発局開発土木研究所 正会員 渡邊康玄

Istituto di Idraulica, Università di Genova, Italy Maruco TUBINO

北海道開発局建設部河川計画課 正会員 橋本識秀

1. はじめに; 河床に形成される砂州の挙動を把握することは、河川災害防止のうえで非常に重要な問題である。このため、従来より多くの研究者が砂州の挙動について研究を行ってきているが、浮遊砂を含む流れについての研究はそれほど多くない。しかし、河川では浮遊砂を含むものが多く、砂州の挙動に関して浮遊砂の影響をも考慮する必要がある。本研究では、直線河道における河床の安定解析¹⁾において掃流砂と浮遊砂の両方を考慮し、砂州の発生における浮遊砂の影響を把握することとした。

2. 基礎式; 川幅 $2\tilde{B}$ の非浸食河岸をもつ直線水路における定常2次元浅水流の St Venant 式と連続の式、流砂の連続式および浮遊砂濃度の連続式を、 $(\tilde{n}, \tilde{s}) = \tilde{B}(n, s)$, $\tilde{H} = \tilde{U}_0^2 / (\tilde{g}\tilde{D}_0)\tilde{D}_0H = F_0^2\tilde{D}_0H$, $\tilde{D} = \tilde{D}_0D$, $\tilde{z} = \tilde{D}_0z$, $(\tilde{V}, \tilde{U}) = \tilde{U}_0(V, U)$, $(\tilde{\tau}_s, \tilde{\tau}_n) = \tilde{\rho}\tilde{U}_0^2(\tau_s, \tau_n)$, $\tilde{d}_s = \tilde{D}_0d_s$, $\tilde{\psi} = \tilde{U}_0\tilde{D}_0\psi$, $\tilde{w}_f = \tilde{U}_0w_f$, $\tilde{t} = \tilde{B}/\tilde{U}_0t$ の関係を用いて無次元化を行うと (1), (2), (3), (4), (5) 式となる。ここで、 $\tilde{U}$: 縦断方向流速、 $\tilde{V}$: 横断方向流速、 $\tilde{s}$: 縦断方向距離、 $\tilde{n}$: 横断方向距離、 $\tilde{g}$: 重力加速度、 $\tilde{H}$: 水位、 $\tilde{D}$: 水深、 $\tilde{\tau}_s, \tilde{\tau}_n$: s, n 方向の河床剪断力、 $\tilde{Q}_s, \tilde{Q}_n$: s, n 方向の流砂量、 C : 浮遊砂濃度、 $\tilde{w}_f$: 砂粒子の沈降速度、 $\tilde{\psi}$: 渦動粘性係数、 $\tilde{\rho}$: 水の密度、 p : 河床材料の空隙率である。 $\sim$ の付いた記号は有次元を示し、付いていないものは無次元を表している。添え字₀の付いたものは等流時の値を示す。 c は河床摩擦抵抗係数であり (6) 式で表す。また、掃流砂および浮遊砂量をそれぞれ (7), (8), (9), (10) 式で表す。掃流砂量式 ϕ は、Meyer Peter - Muller 式を用いると、(11) 式となる。ここで、 θ は Shields parameter である。また、浮遊砂濃度の連続式における境界条件は (12), (13) 式で与える。 a は、浮遊砂濃度の基準面高である。

3. 線形解析; 以上の基礎式の諸量を、等流時の値とそれからの摂動量とに分け、 $\tilde{U} = 1 + AU_1$, $\tilde{D} = 1 + AD_1$, $\tilde{H} = H_0 + AH_1$, $\tilde{V} = AV_1$, $\tau_s = c_0 + A\tau_{s1}$, $\tau_n = A\tau_{n1}$, $Q_s^{(b)} = \phi_0 + AQ_{s1}^{(b)}$, $Q_n^{(b)} = AQ_{n1}^{(b)}$, $Q_s^{(s)} = Q_{s0}^{(s)} + AQ_{s1}^{(s)}$, $Q_n^{(s)} = AQ_{n1}^{(s)}$, $C = C_0 + AC_1$ のように表す。これらを、(5), (6), (7), (8) 式に代入すると、 A^1 次のオーダーについて (14), (15), (16), (17), (18) 式が得られる。ここで、 U_1, D_1, H_1, V_1, C_1 を、(19), (20), (21), (22), (23) で表現し、 u_1, d_1, h_1, v_1, c_1 で整理すると、(24) 式が得られる。ここで、 Ω : 摂動量の増幅率、 i : 虚数単位、 λ : 波数、 ω : 角速度、 c, c_1 : 共役複素数であり、 u_1, d_1, h_1, v_1, c_1 は、それぞれ U_1, D_1, H_1, V_1, C_1 の振幅である。(24) 式は、斉次方程式であるため、(25) 式が成り立つ必要があり、(25) 式は一般的表現として、(26) 式のように表現できる。 Ω は、摂動量の増幅率であることから、 $\Omega > 0$ のとき河床が不安定となり $\Omega < 0$ のとき安定となる。(26) 式を用いて θ, d_s, R_p を与えることにより、 Ω が 0 となる条件すなわち砂州発生の条件が得られる。この場合の λ, β の関係は、 $\lambda = \lambda_c$ において $\beta = \beta_c$ で最小値を示す曲線で表される。図-1 にその一例を示す。この曲線より下の領域では砂州は発生せず、上の領域で砂州が発生することを示している。

$$V \frac{\partial U}{\partial n} + U \frac{\partial U}{\partial s} = -\frac{\partial H}{\partial s} - \beta \frac{\tau_s}{D} \quad (1)$$

$$V \frac{\partial V}{\partial n} + U \frac{\partial V}{\partial s} = -\frac{\partial H}{\partial n} - \beta \frac{\tau_n}{D} \quad (2)$$

$$\frac{\partial(VD)}{\partial n} + \frac{\partial(UD)}{\partial s} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial(F_0^2H - D)}{\partial t} + Q_0 \left(\frac{\partial Q_n}{\partial n} + \frac{\partial Q_s}{\partial s} \right) = 0 \quad (4)$$

$$U \frac{\partial C}{\partial s} + V \frac{\partial C}{\partial n} - \beta w_f \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\psi}{\beta} \sqrt{c_0} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial n^2} \right) + \beta \sqrt{c_0} \psi \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (5)$$

$$\beta = \frac{\tilde{B}}{\tilde{D}_0}, Q_0 = \frac{1}{1-p} \frac{1}{F_0} (sd_s^3)^{1/2}, \sqrt{c_0} = \frac{\tilde{U}_{*0}}{\tilde{U}_0}$$

$$\tau_s = U(U^2 + V^2)^{1/2}c, \tau_n = V(U^2 + V^2)^{1/2}c$$

$$c^{1/2} = 6 + 2.5 \ln \left(\frac{D}{2.5} \right) \quad (6)$$

$$Q_n^{(b)} = \phi \sin \delta \quad (7)$$

$$Q_s^{(b)} = \phi \cos \delta \quad (8)$$

$$\sin \delta = V(U^2 + V^2)^{-1/2} - \frac{\tau}{\beta \theta^{1/2}} \frac{\partial(F_0^2H - D)}{\partial n}$$

$$Q_n^{(s)} = V \int_{F_0^2H-D}^{F_0^2H} C dz \quad (9)$$

$$Q_s^{(s)} = U \int_{F_0^2H-D}^{F_0^2H} C dz \quad (10)$$

$$\phi = 8(\theta - \theta_{cr})^{3/2} \quad (11)$$

$$-\beta w_0 C = \beta \sqrt{c_0} \psi \frac{\partial C}{\partial z} ; z = D + \eta \quad (12)$$

$$C = C_{b0} ; z = a + \eta \quad (13)$$

$$\frac{\partial U_1}{\partial s} + \frac{\partial H_1}{\partial s} + \beta(\tau_{s1} - D_1c_0) = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial s} + \frac{\partial H_1}{\partial n} + \beta\tau_{n1} = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial n} + \frac{\partial U_1}{\partial s} + \frac{\partial D_1}{\partial s} = 0 \quad (16)$$

$$F_0^2 \frac{\partial H_1}{\partial t} - \frac{\partial D_1}{\partial t} + Q_0 \left(\frac{\partial Q_{n1}^{(b)}}{\partial n} \right.$$

$$\left. + Q \frac{\partial Q_{n1}^{(s)}}{\partial n} + \frac{\partial Q_{s1}^{(b)}}{\partial s} + Q \frac{\partial Q_{s1}^{(s)}}{\partial s} \right) = 0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial C_1}{\partial s} - \beta w_f \frac{\partial C_1}{\partial z} = \frac{\psi_0}{\beta} \sqrt{c_0} \left(\frac{\partial^2 C_1}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 C_1}{\partial n^2} \right)$$

$$+ \beta \sqrt{c_0} \left(\psi_0 \frac{\partial^2 C_1}{\partial z^2} + \psi_1 \frac{\partial^2 C_0}{\partial z^2} \right) \quad (18)$$

$$U_1 = \exp(\Omega t) \sin\left(\frac{1}{2}\pi n\right) u_1 \exp i(\lambda s - \omega t) + c.c. \quad (19)$$

$$D_1 = \exp(\Omega t) \sin\left(\frac{1}{2}\pi n\right) d_1 \exp i(\lambda s - \omega t) + c.c. \quad (20)$$

$d_s = 0.001$ における、 β_c と θ の関係、 λ_c と θ の関係および浮遊砂量と掃流砂量との比を図-2、3、4に示す。なお、比較のため浮遊砂を考慮しない場合の結果¹⁾を破線で示す。 β_c に関しては、 $\theta > 0.15$ において θ が増加するとともに減少するが、ある点を境に増加する傾向を示している。 θ が増加するとともに β_c が増加する傾向は、 R_p が小さいほど θ が小さい条件で見られる。また、 θ を一定とした場合、 R_p の増加とともに減少する傾向を示すが、ある R_p の値を境に増加する傾向を示す。すなわち、浮遊砂の増加とともに安定領域は減少するが、ある限界を越えて浮遊砂が卓越すると逆に安定領域は増加する結果となった。 λ_c に関しては、 θ の増加とともに減少する傾向を示している。また同一の θ においては、 R_p の減少とともに減少する傾向を示している。すなわち、浮遊砂が増加するに従って、砂州の波長が長くなることを示している。また、浮遊砂を考慮しない場合と比較すると大きく異なる結果となった。一方図-5、6、7は、直線水路実験における実験値²⁾と比較するため、 $d_s = 0.025$ とした場合の結果である。 R_p の増加とともに浮遊砂を考慮しない場合に漸近しており、 $d_s = 0.001$ の場合とは傾向が異なっている。これは、浮遊砂量と掃流砂量との比が $d_s = 0.001$ の場合に比べて1オーダー程度低い値となっており、 $d_s = 0.001$ の場合の $R_p > 1000.0$ としたものに相当している。すなわち、浮遊砂の影響がかなり小さくなると、掃流砂のみを考えたものに漸近することを示している。

4. おわりに；砂州発生において浮遊砂は、その量が掃流砂に対して少ない場合発生領域を広げるが、その量が多くなると発生領域を狭める働きをすることが確認された。

参考文献

1. M.COLOMBINI, G.SEMINARA AND M.TUBINO ; Finite-amplitude alternate bars. J. Fluid Mech. (1987), vol. 181, pp. 213-232
2. 芦田和男；洪水流の三次元流況と流路形態に関する研究. 土木学会水理委員会. 1982.

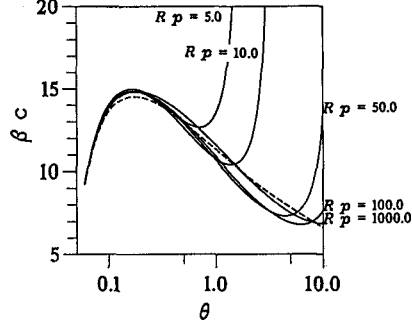


図-2 β_c と θ の関係

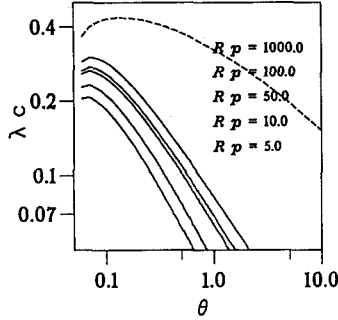


図-3 λ_c と θ の関係

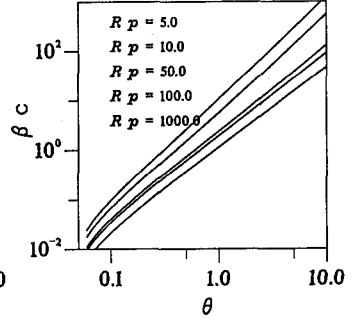


図-4 浮遊砂量と掃流砂量の比

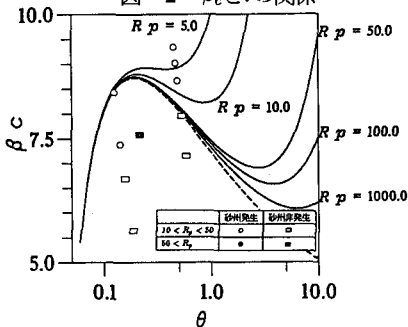


図-5 β_c と θ の関係

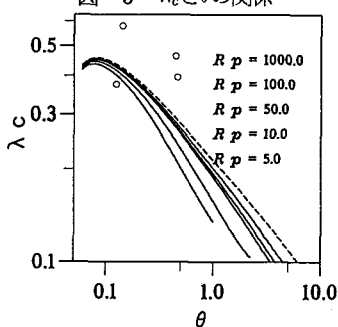


図-6 λ_c と θ の関係

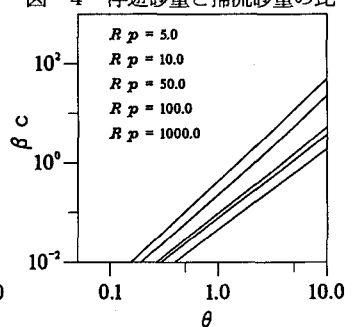


図-7 浮遊砂量と掃流砂量の比

$$H_1 = \exp(\Omega t) \sin\left(\frac{1}{2}\pi n\right) h_1 \exp i(\lambda s - \omega t) + c.c. \quad (21)$$

$$V_1 = \exp(\Omega t) \cos\left(\frac{1}{2}\pi n\right) v_1 \exp i(\lambda s - \omega t) + c.c. \quad (22)$$

$$C_1 = \exp(\Omega t) \sin\left(\frac{1}{2}\pi n\right) c_1 \exp i(\lambda s - \omega t) + c.c. \quad (23)$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ h_1 \\ d_1 \end{pmatrix} = 0 \quad (24)$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} = 0 \quad (25)$$

$$f(\Omega, \omega, \lambda, \beta; \theta, d_s, R_p) = 0 \quad (26)$$

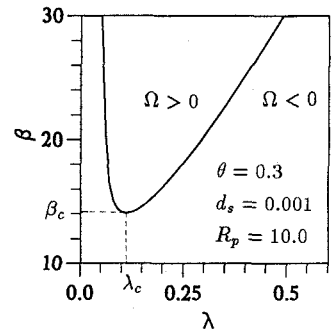


図-1 β と λ の関係