

砂防・地すべり技術センター 正員○高濱淳一郎
京都大学防災研究所 正員 江頭 進治
京都大学防災研究所 正員 芦田 和男

1.はじめに 一様砂を対象として導かれた江頭・芦田ら¹⁾による土石流の構成則を混合砂に拡張して、流速分布式、濃度分布式を導いた。ついで、水路実験により、2次元等流状態における流速分布及び濃度分布を測定し、理論式との比較検討を行なった。

2.構成則 図-1に示すような2次元等流について考える。コントロールボリュームにおいて粒径 d_k ($k = 1 \sim n$) の粒子濃度を c_k 、混合砂全体の濃度を c_t とする。応力を江頭・芦田ら¹⁾の議論にしたがって評価する。すなわち $\Phi = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ (1) $\Phi = \Phi_y + \Phi_f + \Phi_g$ (2) $\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial p_w}{\partial z} + \frac{\partial p_s}{\partial z} + \frac{\partial p_d}{\partial z}$ (3)

ここに、 Φ_y は粒子間摩擦による散逸、 Φ_f は間隙流体の乱れによる散逸、 Φ_g は粒子衝突による散逸であり、 p_w は間隙水圧、 p_s は粒子骨格応力、 p_d は粒子衝突にともなう圧力である。

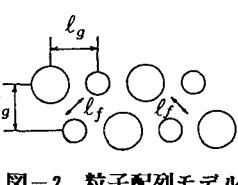
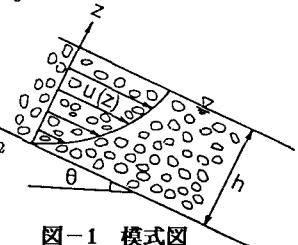
ここで、江頭・芦田ら¹⁾が応力を評価する際に用いた粒子配列を混合砂に対して図-2のように導入する。ここに、 ℓ_f は粒子間隙のスケールであり、 ℓ_g は粒子中心間の距離である。 ℓ_f 、 ℓ_g ともに場の平均量を想定し、次式で与える。

$$\ell_f = \sqrt{k_f} \left(\frac{1 - c_t}{c_t} \right)^{1/3} \left(\sum_{k=1}^n \frac{c_k/c_t}{d_k^3} \right)^{-1/3} \quad (4) \quad \ell_g = \left(\sum_{k=1}^n \frac{\pi/6}{c_k/d_k^3} \right)^{1/3} \quad (5)$$

図-2及び式(4)、(5)より、応力を江頭・芦田ら¹⁾が用いた方法にしたがって評価すれば、 $\tau = p_s \tan \phi_s + \rho k_f \frac{(1 - c_t)^{5/3}}{c_t^{2/3}} \left(\sum_{k=1}^n \frac{c_k/c_t}{d_k^3} \right)^{-2/3} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2$

$$+ k_g (1 - e^2) \sigma \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{2 c_i c_j / c_t^2}{d_i^3 + d_j^3} \left(\sum_{k=1}^n \frac{c_k/c_t}{d_k^3} \right)^{-5/3} c_t^{1/3} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial z} &= -\rho g \cos \theta \left\{ 1 + \frac{(\sigma/\rho - 1)}{1 + \alpha} c_t \right\} \\ &+ k_g e^2 \sigma \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{2 c_i c_j / c_t^2}{d_i^3 + d_j^3} \left(\sum_{k=1}^n \frac{c_k/c_t}{d_k^3} \right)^{-5/3} c_t^{1/3} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right\} \quad (7) \end{aligned}$$



ここに、 ρ 、 σ は水及び粒子の密度、 ϕ_s は粒子の静止摩擦角、 e は反発係数である。上式の誘導において、衝突に伴う散逸については2体衝突として扱っている。すなわち、粒径 d_i の粒子と粒径 d_j の粒子について、1回の衝突で失うエネルギー及び単位時間、単位体積あたりの衝突回数から散逸量を評価する。これを全ての粒径の組合せについて行い、全体の散逸量を評価した。上式を一様砂に適用すれば、一様砂の構成則¹⁾と一致するので、係数 k_f 、 k_g 、 α は一様砂の場合と同じ $\sqrt{k_f} = 0.5$ 、 $k_g = 0.0828$ 、 $\alpha = 0.25$ とする。式(6) (7)を2次元等流の運動量式に適用すれば、流速及び濃度分布を規定する式が次のように得られる。

$$\frac{\partial u'}{\partial z'} = \left\{ \sum_{k=1}^n \frac{c_k}{c_t} \left(\frac{h}{d_k} \right)^3 \right\}^{1/3} \left\{ \frac{\int_{z'}^1 (G - Y) dz'}{f_{mf} + f_{mg}} \right\}^{1/2} \quad (8)$$

ここに、 $u' = u/\sqrt{gh}$, $z' = z/h$

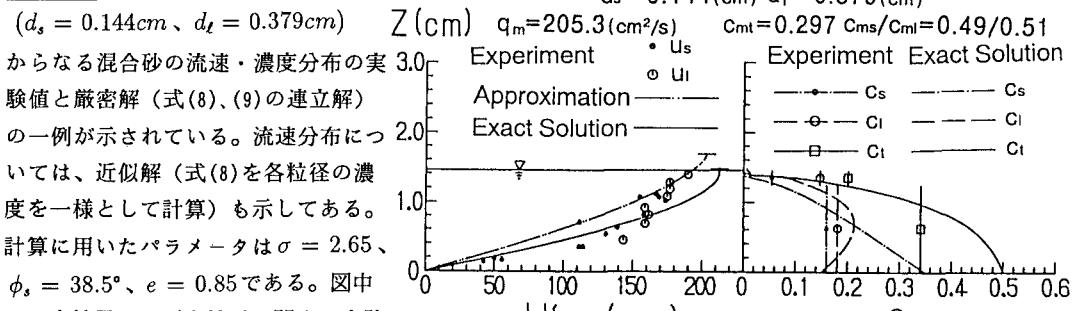
$$f_{mf} = k_f \frac{(1 - c_t)^{5/3}}{c_t^{2/3}} \quad f_{mg} = k_g \sigma / \rho (1 - e^2) c_t^{1/3} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{2 c_i c_j / c_t^2}{d_i^3 + d_j^3} \left(\sum_{k=1}^n \frac{c_k/c_t}{d_k^3} \right)^{-1}$$

$$G = \{(\sigma/\rho - 1) c_t + 1\} \sin \theta \quad Y = \frac{1}{1 + \alpha} (\sigma/\rho - 1) c_t \cos \theta \tan \phi_s$$

$$-\frac{\alpha}{1+\alpha}(\sigma/\rho - 1)c_t \cos\theta = k_g e^2 \sigma \frac{\partial}{\partial z} \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{2c_i c_j / c_t^2}{d_i^3 + d_j^3} \left(\sum_{k=1}^n \frac{c_k / c_t}{d_k^3} \right)^{-1} \left\{ \sum_{k=1}^n \frac{c_k}{c_t} \left(\frac{h}{d_k} \right)^3 \right\}^{-2/3} c_t^{1/3} \left(\frac{\partial u'}{\partial z'} \right)^2 \right] \quad (9)$$

3.適用例 図-3には2粒径

($d_s = 0.144\text{cm}$ 、 $d_t = 0.379\text{cm}$)



からなる混合砂の流速・濃度分布の実験値と厳密解(式(8)、(9)の連立解)の一例が示されている。流速分布については、近似解(式(8))を各粒径の濃度を一様として計算)も示してある。計算に用いたパラメータは $\sigma = 2.65$ 、 $\phi_s = 38.5^\circ$ 、 $e = 0.85$ である。図中には小粒子、及び大粒子に関する実験値をそれぞれ小さな丸、大きな丸、混合砂全体に関する実験値は四角で示している。実験に用いた勾配は $\theta = 16^\circ$ 、 18° 、 20° 、 25° であり、混合砂全体の濃度は

$\theta = 25^\circ$ においてほぼ一様であり、勾配の減少に伴い上層において濃度が小さくなっている(順勾配)。粒径別にみれば、大粒子の濃度はほぼ一様であったが、中には上層に向かって濃度が大きくなるケース(逆勾配)もあった。一方、小粒子の濃度は順勾配となっており、勾配が小さいほど分級は著しい。厳密解の濃度分布の特性を調べると、勾配が大きく、粒径比が小さい場合には、各粒子の濃度はほぼ一様で、分級はあまり生じていない。そして、勾配の減少、粒径比の増大に伴って、小粒子の濃度は順勾配の傾向が顕著になり、大粒子の濃度は図-3に示すように中ぶくらみの分布形となり、分級は顕著になってゆく。また、流動深に関する近似解及び厳密解を実験値と比較してみると、近似解、厳密解ともに実験値との対応はよく、厳密解の方が適合性は優れていた。

実験に用いた7種類の混合砂をそれぞれ4粒径階に分割し、構成則の適用性を調べてみると。図-4にはこのように分布形を考慮して計算した流動深に関する近似解と実験値が示してある。図からわかるように両者はよく対応している。

図-5には比較のために平均粒径を用いて一様砂の構成則¹⁾によって計算した流動深と実験値が示してある。図からわかるように、全般的に計算値の方が実験値より大きくなっている。平均粒径を用いた場合には抵抗が大きめに算定される。

4.おわりに 今後、広い粒径範囲からなる混合砂の流れについて、実験的、理論的に検討を進めていくつもりである。

参考文献 1)江頭・芦田・矢島・高浜:土石流の構成則に関する研究、京大防災年報、32号B-2、1989

図-3 流速・濃度分布に関する実験値及び理論値

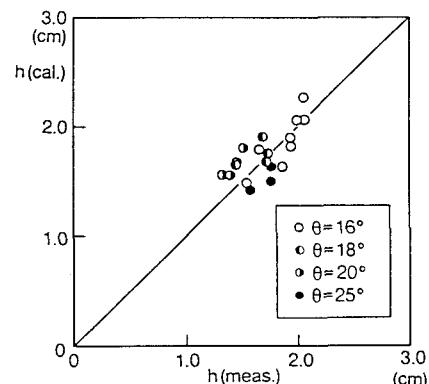


図-4 流動深に関する実験値及び近似解

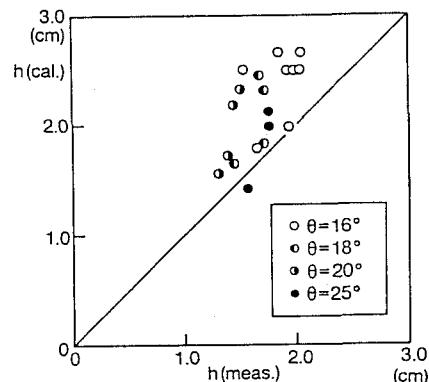


図-5 流動深に関する実験値及び平均粒径を用いた計算値