

II-251

2次元管・開水路境界面の伝播解析法について

京都大学工学部 正員 細田 尚
国際技術コンサルタント 正員 小出 元
京都大学工学部 正員 岩佐義朗

1. はじめに: 本研究は、開水路流れの領域と管路流れの領域の2次元的な境界面の非定常伝播過程を再現できる数値解析モデルについて検討する。さらに、単純な流れ場を想定して数値解析を行うことにより、現象再現の可能性を検証する。

2. 対象とする流れ: 対象とする流れは、図-1に示したように貯水槽の部分的急開によって生じる流れである。急開によって水槽の水が水の存在しない領域に侵入して行くとともに、出口近傍に管路の領域(図-1(a)斜線部)が発生・発達するような流れを想定する。

3. 基礎式: 用いられる基礎式は、管路および開水路の領域ともに流れの非圧縮性を仮定した平面流れの基礎式である。図-1に示した座標系のもとで示せば、(1)~(6)式ようになる。ただし、路床、天端高を一定としている。

・開水路流れの領域に対する基礎式

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hU}{\partial x} + \frac{\partial hV}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial hU}{\partial t} + \frac{\partial hU^2}{\partial x} + \frac{\partial hUV}{\partial y} = -gh \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\tau_{bx}}{\rho} \quad (2)$$

$$\frac{\partial hV}{\partial t} + \frac{\partial hUV}{\partial x} + \frac{\partial hV^2}{\partial y} = -gh \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\tau_{by}}{\rho} \quad (3)$$

・管路流れの領域に対する基礎式

$$\frac{\partial UD}{\partial x} + \frac{\partial VD}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial UD}{\partial t} + \frac{\partial DU^2}{\partial x} + \frac{\partial DUV}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{P_b}{\rho} - \frac{gD^2}{2} \right) - gD \frac{\partial z_b}{\partial x} - 2 \frac{\tau_{bx}}{\rho} \quad (5)$$

$$\frac{\partial VD}{\partial t} + \frac{\partial DUV}{\partial x} + \frac{\partial DV^2}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{P_b}{\rho} - \frac{gD^2}{2} \right) - gD \frac{\partial z_b}{\partial y} - 2 \frac{\tau_{by}}{\rho} \quad (6)$$

ここに、 (U, V) : 水深平均流速ベクトルの成分, h : 水深, H : 水位, P_b : 路床の圧力, D : 路床と天端の距離, (τ_{bx}, τ_{by}) : 路床および天端に作用する応力ベクトルの成分。

4. 解析法: 数値解析法としては差分法を用いる。図-2に、格子分割および水理量の定義位置を示した。流れを、開水路、管路および両者の境界の3通りに分類し、各々に対応した基礎式を用いて計算を行う。次に、各々の領域の解析法について示そう。

(1) 開水路流れの領域

岩佐・井上¹⁾による洪水氾濫水の挙動解析法を適用する。

(2) 管路流れの領域

時刻 $t=n \cdot \Delta t$ の U , V および P_b を既知とする。このとき、Hirt・Cook²⁾が提案した収束計算法を援用して、時刻 $t=(n+1) \cdot \Delta t$ の各水理量を次の手順により求める。

① 次式で U^* および V^* を求める。

$$\frac{(UD)^n - (UD)^n}{\Delta t} = -(\text{慣性項})^n - (\text{圧力項})^n - (\text{その他})^n \quad (5')$$

$$\frac{(VD)^n - (VD)^n}{\Delta t} = -(\text{慣性項})^n - (\text{圧力項})^n - (\text{その他})^n \quad (6')$$

② $(UD)^*$ および $(VD)^*$ が連続式(4)を満足するように圧力項の P_b^n を P_b^* に修正する。

$$P_b^* = P_b^n + \delta P_b$$

③ ②で求められた P_b^* を(5'), (6')に代入して $(UD)^*$ および $(VD)^*$ を求め直す。

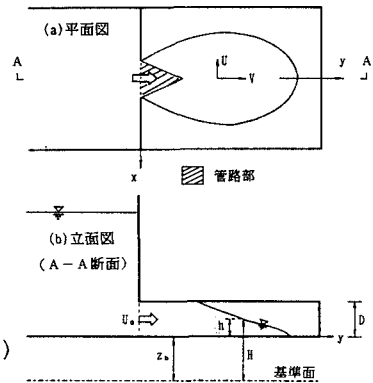


図-1 座標系と流れの概念図

- ④ (UD) * および (VD) * が連続式(4)を満足しておれば、
 * の付いた量を $t=(n+1) \cdot \Delta t$ の値として 次ステップに進む。
 満足していないならば、②以下の手順を繰り返す。

(3) 管路・開水路境界面の取扱い

図-2のB-B断面を例にとって、境界面の取扱いを説明する。図-3に示したB-B断面の境界面Cの流速は次のように計算される。

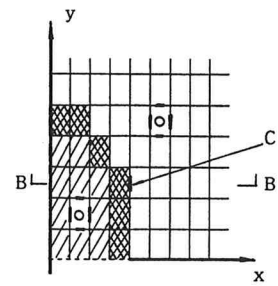
まず、(2)式および(5)式をxに関して図-3の $x_{i-1/2}$ から $x_{i+1/2}$ まで積分する。ただし、 $x_{i-1/2} < x < x_i$ に対しては(5)式を適用し、 $x_i < x < x_{i+1/2}$ に対しては(2)式を適用する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial U D}{\partial t} \Delta x + (h U^2)_{x_{i+1/2}} - (D U^2)_{x_{i-1/2}} + \frac{\partial h U V}{\partial y} \frac{\Delta x}{2} + \frac{\partial D U V}{\partial y} \frac{\Delta x}{2} \\ = -g \frac{h^2}{2} \frac{x_{i+1/2}}{x_{i-1/2}} + \left(D \frac{P b}{\rho} - \frac{g D^2}{2} \right)_{x_{i-1/2}} - 3 \frac{\tau_{bx}}{\rho} \frac{\Delta x}{2} \end{aligned} \quad (7)$$

(7)式を用いて境界面Cの流速Uの時間変化を計算した。ただし、 P_b の計算には管路部で用いた方法を適用する。

5. 計算例： 図-1に示したように、貯水槽が部分的に急開されたときの流れの再現を試みる。計算に用いられた諸元を表-1に示す。

図-4は水深および流量フラックス・ベクトルを示している。時間の経過とともに出口付近の管路領域が拡がるとともに、下流端から管路領域が遡上している様子が再現されている。



▨ : 管路領域
 ▩ : 管・開水路境界格子
 I : U, -, V,
 O : h, P_b

図-2 管・開水路境界面の取扱い

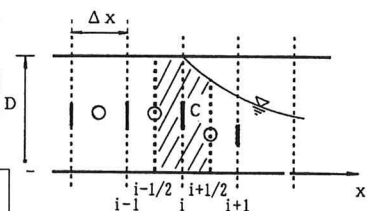


図-3 B-B断面の立面図

表-1 計算の条件

D (m)	U ₀ (m/s)	n	Δx, Δy (m)
0.2	3.0	0.02	0.2

n : マニタの粗度係数

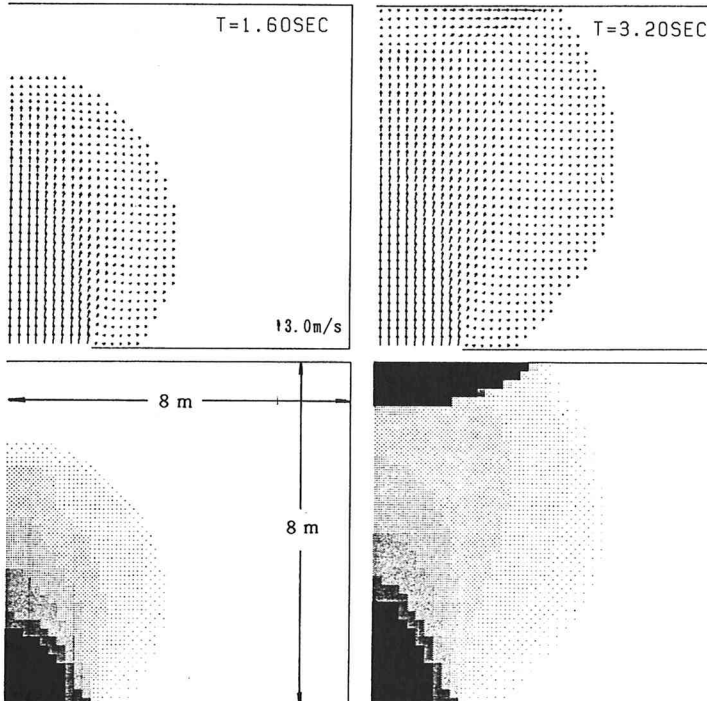


図-4 計算結果（水深分布と流量フラックス・ベクトル）

6. おわりに： 二次元管・開水路境界面の伝播過程を再現できる数値解析モデルを作製した。今後、計算結果と実験結果などの比較により、モデルの検証を行いたい。

参考文献：(1) 岩佐, 井上, 水鳥; 京都大学防災研究所年報第23号B2, 1980, pp. 305-317.

(2) Hirt・Cook; J. Comp. Phys., Vol.10, 1972, pp. 324-340.

h/D
 ■ = 1.0
 ▨ ≥ 0.95
 ▩ ≥ 0.80
 ▪ ≥ 0.60
 ▫ ≥ 0.40
 ▬ ≥ 0.20
 ▮ ≥ 0.05
 ▯ ≥ 0.005
 □ < 0.005