

II-249

最大流速位置を考慮した長方形開水路の壁面粗度効果

日本大学工学部 正員 長林 久夫

日本大学工学部 正員 木村喜代治

1. はじめに

水路幅水深比 b/h の小さな水路では自由水面下に最大流速位置が生ずることが知られている。このような流れでは最大流速位置上方の側壁面せん断力は自由水面に向かってしだいに減少する。そのため、抵抗特性は管路に比べて変化することが予想される。本研究では最大流速の発生位置の実験的検討と壁面せん断応力の分布特性の検討から最大流速位置が自由水面下にある

表-1. 最大流速位置の実験的検討

最大流速の実験式	
$\frac{2\delta}{b} = \text{EXP} \left\{ -\beta \left(\frac{b}{h} \right)^n \right\}$	①
係数は: 滑面水路 $\beta = 0.37, n = 1.5$	
底面粗面水路 $\beta = 0.35, n = 1.9$	
側壁粗面水路 $\beta = 0.45, n = 1.2$	
式①を変形すると式②となる。	
$\frac{\delta}{h} = 0.5 \left(\frac{b}{h} \right) \text{EXP} \left\{ -\beta \left(\frac{b}{h} \right)^n \right\}$	②
ここで、 δ は自由水面から最大流速位置までの距離	

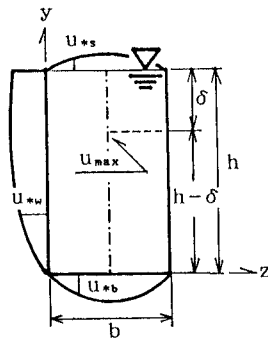


図-1. 水路模式図

流れの計算法を示し、抵抗特性、壁面せん断力の境界面分担率の検討を行った。

2. 最大流速位置と壁面せん断応力 幅10cm, 30cmの直線長方形開水路を用い水路勾配1/1200, 1/600, 1/100で滑面水路、底面粗面、側壁粗面の3種の水路において b/h 比を0.5から約1.0まで変化させて、最大流速位置と流速測定からの壁面せん断応力の測定を行った⁽¹⁾。 b/h 比が小さくなると二次流による水面渦は増大し最大で水路半幅オーダになるものとして指数関数で示される実験式を表-1に得た。各粗度状態とも b/h 比が4以下になるとほぼ直線的に $2\delta/b = 1$ に接近していく⁽²⁾。

3. 最大流速位置が自由水面下にある場合の流速計算

最大流速位置が自由水面下にある流れの模式図を図-1に示す。流速分布に対数則を適用して得られた側壁面の壁面せん断応力分布は最大流速位置より上方に向かうにしたがい減少する。また最大流速位置下方の分布はKnightによる管路の空気流の実験と b/h 比が同比のせん断応力分布がほぼ一致することより、最大流速位置下方は管路半断面として取り扱い可能であることを示した。水路内の流速分布が表-2式③で、壁面摩擦速度が式④で示されるとする⁽³⁾。最大流速位置上方の分布はそれより下方の分布が折り返すものと仮定し、また水面側でのせん断応力の減少および二次流の効果をも含めて自由水面がみかけのせん断力 τ_s を分担すると仮定して、底面せん断力に α を乗

表-2. 最大流速位置を考慮した流速計算

最大流速位置が自由水面下にある場合の計算	
*流速分布、摩擦速度分布が式③、④で示されるとする。	
$u = \frac{K}{\kappa} \ln \left(\frac{y'}{y'} \right) \ln \left(\frac{z'}{z'} \right)$	③
$u_{ws} = K \ln \left(\frac{z'}{z'} \right), u_{wb} = K \ln \left(\frac{y'}{y'} \right)$	④
ここで $y' = 0.111 \sqrt{u_{ws}}/u_{ws}, z' = 0.111 \sqrt{u_{wb}}/u_{wb}$ (滑面)	⑤
$y' = k_{ws}/30, z' = k_{wb}/30$ (粗面)	
*境界面せん断力の合計が $\Sigma \tau = WAI$ になるものとする。	
*最大流速位置の低下を二次流の効果を含めて自由水面がみかけのせん断力 τ_s を分担すると、底面せん断力に α を乗じて表す。	
$WAI = 2\rho \left\{ \int_0^h u_{ws}^2 dy + \int_0^b u_{wb}^2 dz + (1+\alpha) \int_0^h u_{ws}^2 dz \right\}$	⑥
側壁、底面の平均せん断力は以下に示される。	
$F_{syz} = (1-\delta/h) \left\{ \left[\ln \left(\frac{h-\delta}{y'} \right) - 1 \right]^2 + 1 \right\}$	
$F_{syz} = (1-2\delta/h) \left\{ \left[\ln \left(\frac{h-2\delta}{y'} \right) - 1 \right]^2 + 1 \right\}$	
$F_{sz} = (1+\alpha) \left\{ \left[\ln \left(\frac{b}{z'} \right) - 1 \right]^2 + 1 \right\}$	
従って最大流速位置が水面下にある場合の定数は以下となる。	
$K = \frac{K}{u_{ws}} = \sqrt{\frac{1+2h/b}{2h/b} (2F_{syz} - F_{syz}) + F_{sz}}$	⑦
$\tau_w = \rho K^2 (2F_{syz} - F_{syz})$	⑧
$\tau_s = \rho K^2 F_{sz}, \tau_s = \alpha \tau_w$	
摩擦速度で無次元化された断面平均流速は	
$U/u_{ws} = \frac{1}{\kappa} \left(\frac{U_{ws}}{u_{ws}} \right) (2F_{syz} - F_{syz})$	⑨
ここで h : 水深, b : 水路幅, δ : 水面から最大流速位置までの距離, I : 動水勾配, $\kappa = 0.4$ カルマン定数, A : 断面積, u_{ws} : 断面平均摩擦速度である。	

表-3. 流速式の無次元表示

流速式の無次元表示 (最大流速位置が水面に有る場合)	
(滑面)	
$\frac{U_{ws}}{u_{ws}} = \frac{1}{h} \int_0^h u_{ws} dy = K_s \left\{ \ln \left(\frac{h}{y'} \right) - 1 \right\}$	
$= K_s \left\{ \ln \left\{ \text{Re} \cdot \frac{U_{ws}}{u_{ws}} \left(1 + \frac{2h}{b} \right) \right\} - 1 \right\}$	⑩
(粗面)	
$\frac{U_{ws}}{u_{ws}} = \frac{2}{b} \int_0^b u_{wb} dz = K_s \left\{ \ln \left(\frac{b}{2z'} \right) - 1 \right\}$	
$= K_s \left\{ \ln \left\{ \text{Re} \cdot \frac{U_{ws}}{u_{ws}} \left(\frac{1}{2h/b} + 1 \right) \right\} - 1 \right\}$	⑪

表-4. 摩擦損失係数

摩擦損失係数 f は	
$h_f = f \frac{L}{D} \frac{u^2}{2g}$	⑫
$f = \frac{2\epsilon D I}{u^2} = \frac{8\epsilon R I}{u^2} = \frac{8}{(u/u_{ws})^2}$	⑬
$R = D/4$	
滑面円管路での摩擦損失係数は	
$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.0 \log (\text{Re} \sqrt{f}) - 0.8$	⑭
Keulegan の滑面開水路式は	
$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.03 \log (\text{Re} \sqrt{f}) - 1.08$	⑮
ここで、 h_f : 摩擦損失係数, R : 半径, I : 断面平均流速	
u : 動水勾配, $\text{Re} = uD/\nu = 4uR/\nu$: レイノルズ数である。	

じて示すと式⑥が得られる。
定数Kは式⑦で示され、式⑧、⑨により壁面平均せん断力および平均流速が求まる。壁面粗度に対応した計算式の無次元表示を示すと表-3となる。滑面では摩擦レイノルズ数： $Re_* = u_* R / \nu$ と b/h 比および壁面平均摩擦速度で、粗面では相対粗度比： h/k_b ： $b/2k_w$ で与えられる。また壁面、粗面の組み合わせ水路では両者の効果の割合によって決まる。

4. 最大流速位置が水面下にある場合の抵抗特性

各境界粗度に対応した摩擦損失係数の実験値と式⑨および表-4式⑩による計算値の比較を図-2に示す。
SMOOTHは滑面水路を、BED ROUGHは底面粗面側壁滑面水路、WALL ROUGHは側壁粗面底面滑面水路を表す。

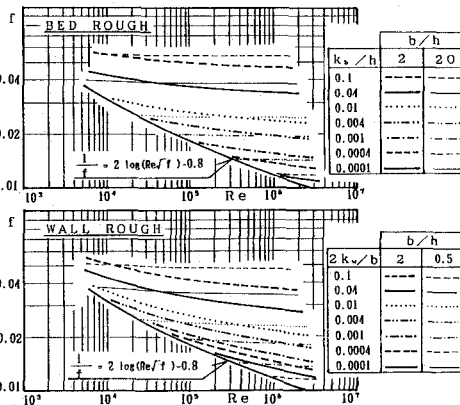


図-2. 境界粗度と抵抗特性

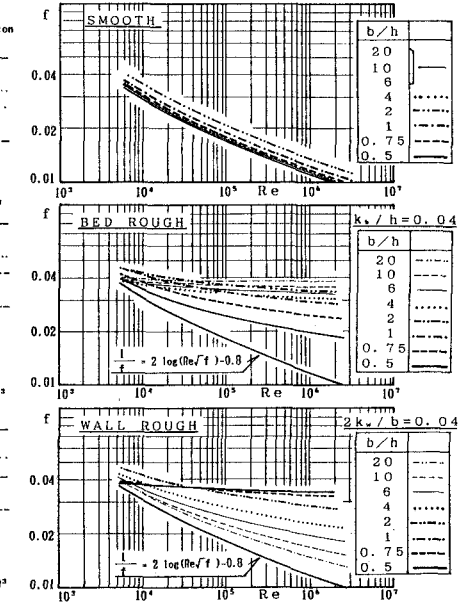


図-3. 摩擦損失係数への b/h 比効果

図-4. 摩擦損失係数への相対粗度比効果
滑面の場合、開水路における摩擦損失係数の実験式が提案されているが、式⑩のKeulganのように滑面管路式⑨に比較して若干大きめの抵抗値を与える。しかし滑面水路では式⑩にみるように、抵抗特性が摩擦レイノルズ数と b/h 比によることから低レイノルズ数での抵抗係数のバラツキが良く表現されている。また側壁粗面水路では式⑩の $b/2k_w$ による水路規模の違いが示される。図-3に各粗度状態における b/h 比および相対粗度比の効果を示す。滑面水路では $b/h = 2$ の抵抗が最大となり、自由水面効果をみることができる。また図-4は抵抗係数への相対粗度比の効果を示している。

5. 境界面分担せん断力の検討

各境界面の分担率を検討したのが図-5である。水路勾配に対応した Re_* は1/1200で500 ~ 10000, 1/100で700 ~ 20000である。計算値の Re_* は1000をもとに示している。計算値の Re_* の範囲は実験値より幾分狭いが境界面分担せん断力の分布特性をよく表現することができた。

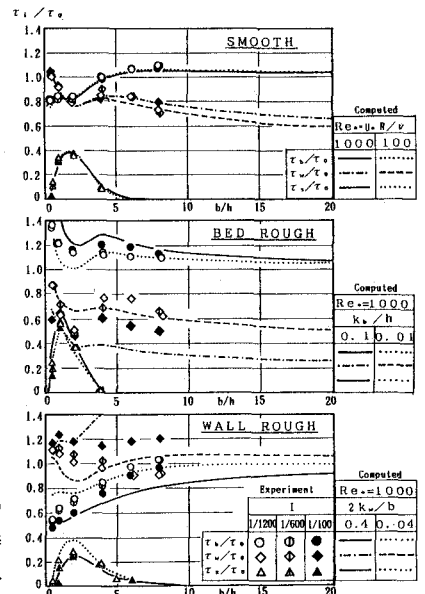


図-5. 境界面分担せん断力

[参考文献]

- (1) 長林, 木村, 他: 水工論文集, 第34巻, 1990年2月
- (2) 長林, 木村: 土木学会支部発表会, 1991年3月
- (3) 木村: 土木学会論文報告集, 第251号, 1976年7月, pp.45 ~ 57