II-214　　ＴＶＤ−ＭａｃＣｏｒｍａｃｋ法による水面形計算

岐阜大学　学生員○潮田智道
岐阜大学　正　員　河村三郎
岐阜大学　正　員　中谷　剛

１．はじめに

土地需給の逼迫化、景観、生態系への配慮の必要性の増大により、山地丘陵部中小河川に要請される機能は多様化しつつある。従って、跳水を伴う常・射流混在流や段落ち等を含む流路工の洪水時の流況の解明は重要となりつつある。このような流れに対し、浅水流に対する保存則形の連続式及び運動方程式を使用し、これを保存則差分法の一つであるMacCormack法とＴＶＤ−MacCormack法[1]を適用して解くことにより比較的高精度のシミュレーションが可能であることが明らかとなりつつある。しかし、その特性には、不明確な点もある。そこで、本研究では、これらの手法を利用して水面形計算を行い、その特性について考察した。

２．ＴＶＤ法

従来より、数値振動を抑制し、非線形による不安定性を除去する為に、陽的に人工粘性を付加する方法が使用されてきたが、不連続部において数値拡散の作用による「なまり」を生ずる。しかし、ＴＶＤ法を導入することにより、容易にこれらの問題点が解決できる。図１−１、１−２は、Ｂurgers方程式のMacCormack法及びＴＶＤ−MacCormack法による数値解の時間発展を示したものであるが、ＴＶＤ法の効果が明確に表れている。

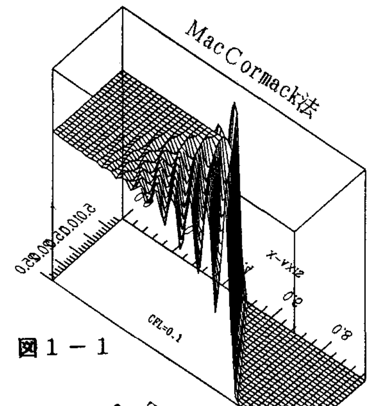

図１−１

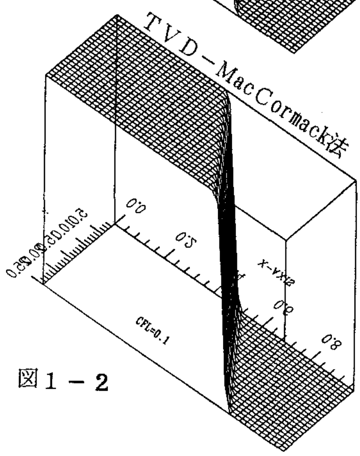

図１−２

３．一次元浅水流モデル

支配方程式系として、次に示す一次元浅水流モデルに対する保存則形の連続式及び運動方程式

$$U_t + E_x = C \qquad (1)$$

を採用する。ただし、上式中の添え字は偏微分を表し、

$$U=\begin{bmatrix} A \\ Q \end{bmatrix},\quad E=\begin{bmatrix} Q \\ \left(\dfrac{P}{\rho}\right)_b + \dfrac{Q^2}{A} \end{bmatrix},\quad C=\begin{bmatrix} 0 \\ gh(i_0 - I_f) \end{bmatrix} \qquad (2)$$

である。ここで、仮定として①流線の湾曲の影響を考慮せず、静水圧分布を仮定する。②底面剪断力は等流状態の乱流粗面水路においてよく成立するManningの平均流速公式により考慮する。従って、

$$P=\frac{1}{2}gh^2 \quad ,\quad I_f = \frac{n^2 Q|Q|}{A^2 R^{4/3}} \qquad (3)$$

n：Manningの粗度係数

式（１）〜式（３）を利用して、跳水を含む流れに適用したところ、図２に示すようにＴＶＤ法を利用したものとしないものでは際だった相違は見られなかった。従って、MacCormack法を１次元の浅水流ﾓﾃﾞﾙに適用した場合、定常状態においては、実用上問題がないことが既に確認されている[2]ことからＴＶＤ−MacCormack法を利用しても比較的よい精度で計算できることが明らかとなった。

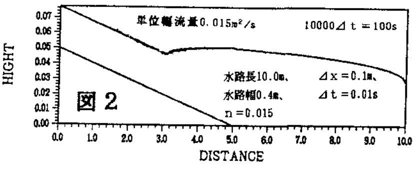

図２

３．二次元浅水流モデル

二次元の浅水流ﾓﾃﾞﾙに**対する**保存則形の連続式及び運動方程式は、

$$U_t+E_x+F_y\ =C \tag{4}$$

を採用する。ただし、

$$U=\begin{bmatrix}h\\q_x\\q_y\end{bmatrix},E=\begin{bmatrix}q_x\\uq_x+p\\uq_y\end{bmatrix},F=\begin{bmatrix}q_y\\vq_x\\vq_y+p\end{bmatrix},C=\begin{bmatrix}0\\gh(i_{0x}-I_{fx})\\gh(i_{0y}-I_{fy})\end{bmatrix} \tag{5}$$

そして、仮定①②を考慮する。従って、

$$p=\frac{1}{2}gh^2\quad,\quad I_{fx}=\frac{n^2u\sqrt{u^2+v^2}}{h^{4/3}}\quad,\quad I_{fy}=\frac{n^2v\sqrt{u^2+v^2}}{h^{4/3}} \tag{6}$$

n：Manningの粗度係数

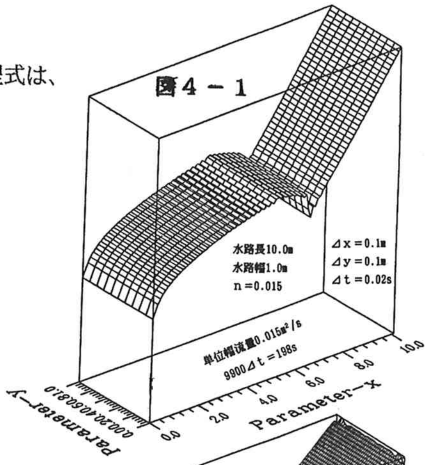

図４－１

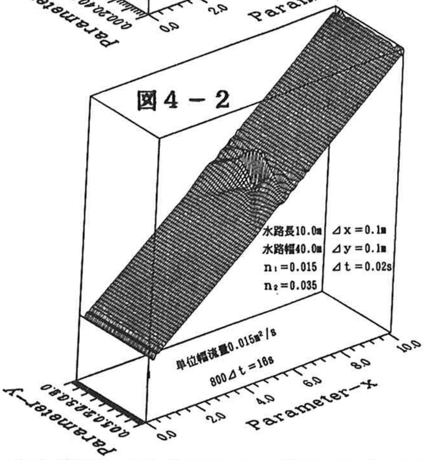

図４－２

４．数値計算法

３で述べた支配方程式系に対して時間分割法[3)]を採用し、

$$U_t+E_x\ =C\quad、\quad U_t+F_y\ =C \tag{7}$$

とし、それぞれについて一次元の保存則差分法を適用する。このとき、量S^n_{ij}の$\varDelta t$秒後の値S^{n+1}_{ij}は、次式を用いて求める。

$$S^{n+1}_{ij}=L_x\left(\frac{1}{2}\varDelta t\right)L_y(\varDelta t)L_x\left(\frac{1}{2}\varDelta t\right)S^n_{ij} \tag{8}$$

ただし、L_x、L_yはそれぞれ、x、y方向の差分演算子を表す。

式（４）～式（８）を利用して、跳水を含む流れに適用したところ、図４－１に示すようにＴＶＤ法を利用したものと利用しないものでは際だった相違は見られなかった。従って、ＴＶＤ法を利用しても比較的よい精度で計算できることが明らかとなった。また、２次元の計算法においては、横断方向に水面形の変化する流れの計算も可能である。従って水路中央部において粗度が急変する部分が存在する場合のMacＣormack法による計算例は図４－２のようである。

５．おわりに

以上のことから、MacＣormack法及びＴＶＤ－MacＣormack法を利用することにより、広範な不連続流への適用も可能となり、本研究で用いた数値計算法により、常・射流混在場での浅水流の解析が容易に行えることが明かとなった。しかしながら、内部流況が重要となる跳水部や段落ち部では、局所的な現象の解明には問題が残る。また、浅水流に対するManningの粗度係数は、乱流粗面水路における等流状態の摩擦損失の影響を取り込んでいるが、跳水や、段落ちなどの形状損失の影響は取り込まれていない。さらに、数値解における不連続部は弱解として得られたものであり、水理現象を忠実に再現したものとはいえない。局所流の影響を正しく、かつ定量的に評価していくには、内部流況の成因をふまえたうえで、跳水等と数値解における弱解の意味を明確にする必要がある。従って、実験や他の解法との比較や現象の機構・解明などにより、適用限界を明らかにする必要がある。

参考文献:1)D.M.Causon:High Resolution Finite Volume Schemes and Computational Aerodynamics,Non-liniear Hyperbolic Equations-theory, Computation Methods, and Applications, Notes on Numerical Fluid Mechanics, vol.24,pp.63-74,1989.2)河村三郎,中谷剛,潮田智道:保存則系差分法のｽｷｰﾑの特性に関する考察,土木学会第45回年次学術講演会講演概要集,第2部,pp.438-439,1990.3)日本機会学会編:流れの数値ｼﾐｭﾚｰｼｮﾝ,pp.117-118,ｺﾛﾅ社,1988.