

II-212 非構造格子数値解析における風上差分

北大・工 正員 森 明 巨
北大・工 正員 板 倉 忠 興

最近、非構造格子を用いた有限体積法がいくつか提案されている^{1,2,3)}。有限要素法と比べると、計算理論が簡単、風上差分が簡単に取れるため安定性に優れている、計算機容量、計算時間ともにはるかに少なくすむ、などが特徴である。主な構成要素は、1) 計算点の配列、2) 要素分割、3) 有限体積法に基づく離散化、4) 計算法、である。1) では境界形状に応じた配列と、計算された流れの構造に応じた再配列とを自動的に行う工夫がなされされている²⁾。これと要素の自動分割を組み合わせると問題によっては数値計算に関する知識がほとんどなくても使える、いわゆる「バカチョンソフト」に発展する可能性がある。要素分割は Tiesen法が有力である。本報告ではTiesen分割を用いた平面二次元の計算例を紹介する。

1. 基礎方程式

保存形の浅水方程式(1)を分割された要素について積分して、ガウスの定理を用いると(2)式が得られる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla(M - \nu_t \Gamma) = B \quad (1) \quad \int_A \frac{\partial \phi}{\partial t} dA + \oint (M - \nu_t \Gamma) n d\ell = \int_A B dA \quad (2)$$

$$\left(\phi = \begin{bmatrix} H \\ E \\ G \end{bmatrix}, M = \nu \begin{bmatrix} h \\ E \\ G \end{bmatrix}, \Gamma = \nabla \begin{bmatrix} 0 \\ E \\ G \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ -gh \partial H / \partial x - f E \\ -gh \partial H / \partial y - f G \end{bmatrix}, \right.$$

$$E = uh, G = vh, f = gn^2 \sqrt{u^2 + v^2} / h^{4/3}, \quad \nu = ui + vj$$

H: 水位, h: 水深, u, v: 流速成分, ν_t : 渦動粘性係数。

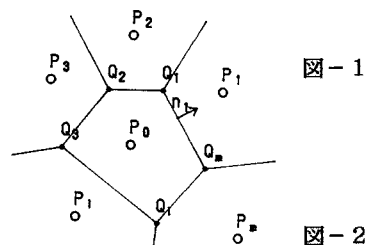


図-1

(3)式は(2)式の離散化式である(詳細は文献3。記号は図-1参照)。移流項はTVD型の一次精度風上差分である。

$$\frac{\phi_i^{n+1} - \phi_i^n}{\Delta t} A_0 + \sum_{i=1}^m [\delta_i M_i^{n+1} n_i + (1 - \delta_i) M_i^n n_i] \Delta \ell_i \quad (3)$$

$$+ \sum_{i=1}^m \nu_t \left[\frac{\phi_i^{n+1} - \phi_i^n}{\Delta x} \Delta \tilde{y} - \frac{\phi_i^{n+1} - \phi_i^n}{\Delta y} \Delta \tilde{x} \right] = B A_0$$

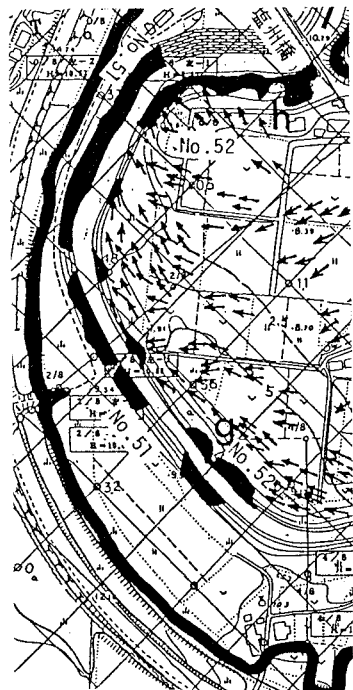
$$\left(\delta_i = \begin{cases} 1 & \text{when } Vc > 0 \\ 0 & \text{when } Vc < 0 \end{cases}, Vc = \frac{M_i^n n - M_0^n n}{\phi_i^n - \phi_0^n}, \quad \nu n = \frac{\Delta \tilde{y}}{\Delta \ell} u - \frac{\Delta \tilde{x}}{\Delta \ell} v, \right.$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{P_0 P_i} &= \Delta x i + \Delta y j, \quad \vec{Q_i Q_{i+1}} = \Delta \tilde{x} i + \Delta \tilde{y} j, \quad \Delta \ell_i = |\vec{Q_i Q_{i+1}}| \\ \Delta t &= \text{Min} \left[|\vec{P_0 P_i}| / (|v| + \sqrt{gh}) \right] \quad (\text{The CFL-condition}) \end{aligned} \right)$$

非定常項以外に含まれる ϕ^{n+1} は計算を安定化する。しかし、連続式にはこれがないためにCFL条件が必要になる。

2. 計算例

昭和63年留萌川洪水の大和田地区下流部に適用する。図-2は計算域の平面図に河岸の決壊箇所(太い実線)と稲の倒伏状況から推定された氾濫流の流向を加えたものである。図-3は計算点(○印)の配置とTiesen分割である。洪水流は図中の区間A-Bから流入する。河道流、氾濫流それぞれの流量は506,375m³/sec。流出は区間C-Dからで水位を与える。粗度係数nは河道部0.05、氾濫原0.055である(これらの数値は文献4)。計算は適当な初期



推定値から出発して約1200秒行った、約200秒でほぼ定常に達した。

河道部をⅠ～Ⅲの3区間に分ける（図-4）。図-4は計算水位コンター図に痕跡水位を記入したものである。両者の対応は良好である。計算された流速のベクトル図-5と図-2を比較する（右岸側）。氾濫流は区間Ⅲでは河道にほぼ平行、区間Ⅱ、Ⅰでは河道に向い、下流ほど河道への流入角が大きくなっている。計算はこれらの傾向を再現している。

現地調査などから、図-5中のA地点では流速 ≈ 0 、B地点では強い乗り上げ（河道から耕作地へ砂利が吹上げられていた）、C地点では電柱が傾き、その下流のD点で塩橋流失、E地点では石畳が剥離流失、F地点ではかなりの樹木が総て流失、がわかっている。これらの状況と計算結果は対応する。河道流が氾濫原に乗り上げる地点では流速が大きくなること⁵⁾や、河岸侵食が生じやすいこと⁶⁾が知られている。本洪水でも樹木が氾濫原側に曲げられているのが多数見られた。本計算においても強い乗り上げ区間には決壊が見られる（区間Ⅰ左岸は護岸されている）。弯曲部外岸側における戻り流れ地点では反転ラセン流による護岸効果がある。区間Ⅲ左岸下流部がこれに当たるが非決壊区間は短い。この区間の氾濫流量が小さいためと思われる。区間Ⅰ、Ⅱ右岸の決壊は内岸側における戻り流れによるものと考えられる。

3. 結論

(3)式において $\delta_1=0.5$ とおくと中央差分に対応する。この場合には計算は不安定になった。このことから同一条件での風上性を考慮しない有限要素法による計算は不安定になることが予想される。実際に著者らの有限要素法による計算ではそうであった。これに対して本計算法は安定であり、本報告で示した様に再現性も良好である。今後有力な計算手法として発展するものとする。最後に、Tiesen分割ソフトや多くの参考資料をご提供頂いた東大生産研の谷口伸行先生に感謝致します。

参考文献 1)Jameson, A and Baker, T.J: AIAA Paper 87-0452, '87, 2)Nakahashi, K:

AIAA Paper 89-1985, '89(3)谷口、小林、他：東大生産研究、41巻1号、'89、42巻1号、'90、4)岸、他：文部省災害科学科研成果NO.B-63-3、'5)上野、宇民：京大防災研年報第27号B-2、'86、6)木下：土論集第345/II-1、'86

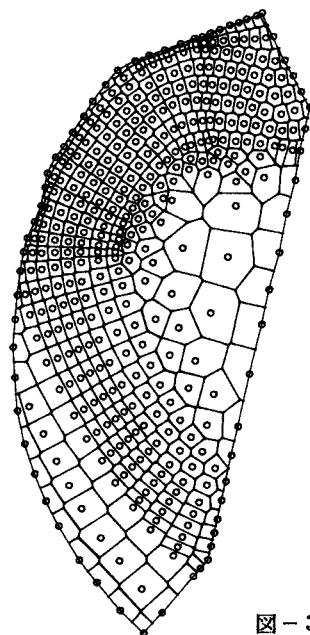


図-3

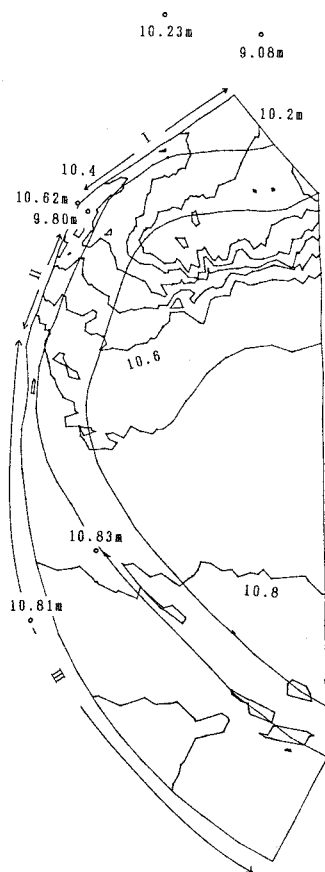


図-4

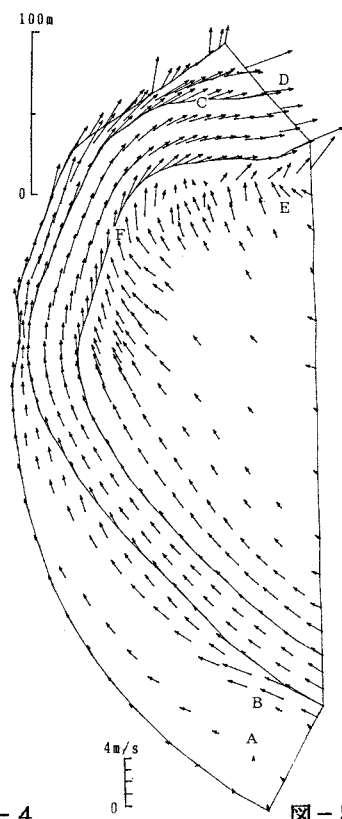


図-5