

II-208 キャピティにおける非定常ナビエ・ストーク方程式の差分解

松下興産(株) 正会員 福田 修
東北大学工学部 正会員 真野 明

1. 序文

著者らは構造物背後の剝離領域に生じる渦の挙動を調べてきており、その解析手法の一つとして、ナビエ・ストークス方程式の数値解法の検討を行なった。この問題では、2次元キャピティ内の流れの解析が境界形状が簡単なこともあり、解の精度を検討する為の標準問題として、表-1に示すように多くの研究者によって取り上げられてきており、本研究でも解析対象とした。数値解析の手法としては、3次元問題への拡張が可能な流速(u, v)と圧力 p を未知変数とするものが良く、また時間項に関しては非定常問題として陽的に解くことにより移流項の扱い等が容易になる。さらに計算点の配置は境界条件の扱いが簡単になる、MAC法の配置⁴⁾を用いることにし、大宮司のプログラム⁶⁾を参考にした。

2. 支配方程式及び計算方法

2次元・非圧縮流体のナビエ・ストークス方程式と連続方程式は次式で表わされる。

$$\mathbf{u}_t + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \Delta \mathbf{u} / \text{Re} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

ここで、 $\text{Re} = UL/\nu$ はレイノルズ数であり、流速ベクトル $\mathbf{u} = (u, v)$ 、圧力 p 、2次元ナブラ ∇ 、時間 t はすべて、代表長さ L と代表流速 U を使って無次元化した量である。

一方(1)の発散をとると圧力に関するポアソン方程式が得られる。

$$\Delta p = -(\nabla \cdot (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\Delta \mathbf{u}) / \text{Re} \quad (3)$$

計算領域は図-1に示す、一辺が L の正方形領域であり、境界条件は右、下、左は静止壁、上は速度 U で動いている移動壁を考え壁の所で滑りが無いものとする。

数値解析は2段階からなり、最初に(1)を差分展開して陽解法で Δt 時間だけ進んだステップの $\mathbf{u}$ を求める。次に(2)を考慮して(3)を差分展開し圧力分布をSOR法で求める。ここで、時間ステップ Δt は CF_L の条件から決め、またSORの加速パラメータは1.4とした。さらに初期条件はすべてが静止状態であるとした。

3. 計算結果及び考察

図-2a、bに $\text{Re} = 1000$ の場合の流線形状と渦度 ω の分布を示す。このときのメッシュは1辺を $J = 39$ 等分し、経過時間は現象が定常に達した $t = 15$ の時のものである。キャピティの中心付近に渦の中心があり、渦度分布を見るとそこでは値がほぼ一定になっており剛体回転的な渦であることが分かる。この結果を前述の他の研究者の結果と比較したのが表の2である。ここで ϕ_{cent} は壁の所の流れ関数の値を0としたときの、渦中心での流れ関数の値で、メッシュが細くなるに従ってこの値は少し大きくなるが、結果は安定しており本計算の値と近い値を示している。また流線の分布形を比べてみても良く似た形となっている。

一方渦度に関しては、渦の中心の値 ω_{cent} がGhiaのものとSchreiberのもので近いが、本研究の値は離れており、また分布形も多少異なっている。この原因に関してはなお検討中である。渦度の最大値 ω_{max} は右側の壁の所で生じるが、この値も異なっている。

図-3は静止状態の初期条件から計算を始めて、解が定常になるまでの過程を示したもので、横軸に前述の無次元時間 t を、また縦軸には渦中心の流れ関数の値をとった。 $\text{Re} = 1325$ の場合には、 $t = 50$

で定常に達しているが、 $Re=2822$ になると流れ関数の値はゆっくり変化し続け、 $t=150$ でも定常に達していないことが分かる。

【参考文献】

- (1) Nallasamy, M. and Prasad, K.K., Jour. Fluid Mech. 79, 391-414, 1977.
- (2) Ghia, U., Ghia, K.N. and Shin, C.T., Jour. Comp. Phys., 48, 387-411, 1982.
- (3) Schreiber, R. and Keller, H.B., Jour. Comp. Phys., 49, 310-333, 1983.
- (4) Gustafson, K. and Halasi, K., Jour. Comp. Phys., 70, 271-283, 1987.
- (5) Tabata, M. and Fujima, S., Inter. Jour. Numer. Meth. Fluid, 12, 305-322, 1991.
- (6) 大宮司久明, 流れの数値シミュレーション, 1988.

表-1 従来の主な研究

研 究	時間項	従属変数	解き方
Nallasamyら(1977) ¹⁾	定常	ϕ, ω	FDM
Ghiaら (1982) ²⁾	定常	ϕ, ω	MG-FDM
Schreiberら(1983) ³⁾	定常	ϕ	FDM
Gustafsonら(1987) ⁴⁾	非定常	u, v, p	MAC-FDM
Tabataら (1991) ⁵⁾	非定常	u, v, p	3rdUW-FEM

表-2 $Re=1000$ の計算値

	J	ϕ_{cent}	ω_{cent}	ω_{max}
Ghiaら	129	0.117	-2.05	>3.0
Schreiberら	100	0.113	-1.99	>5.0
	120	0.115	-2.07	
	141	0.116	-2.03	
本研究	39	0.097	-0.58	2.1

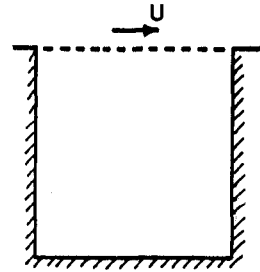


図-1 解析領域

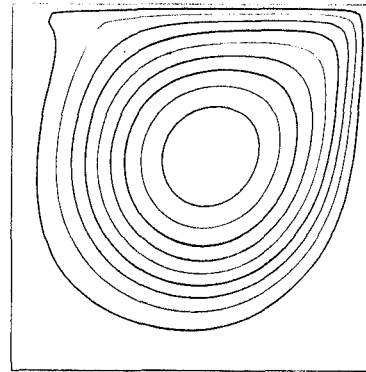


図-2 a 流線の分布

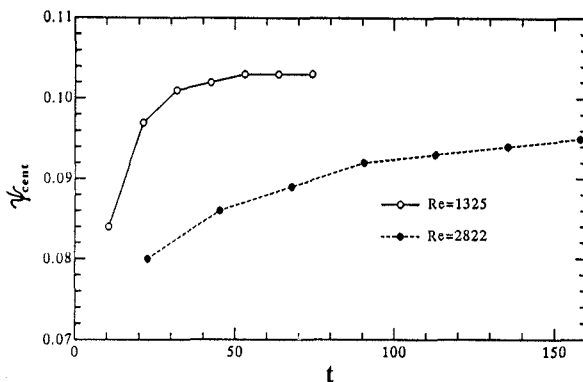


図-3 流れ関数の経時変化

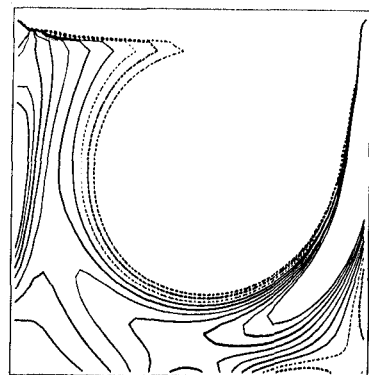


図-2 b 渦度の分布