

中央大学 正員 児玉敏雄
中央大学 正員 川原睦人

1. はじめに

潮汐は周期的な成分が主となる現象であるが、これには、河川の流入、風、地形の変化などの影響により生ずる恒流成分が重なる。また、季節による水表面の温度変化、河川からの淡水の流入等、上層と下層で密度が異なることにより海水は成層をなす。したがって、成層状態や河川の流入、風などの定常、非定常成分を考慮した解析モデルを開発することはより精度の高い潮流解析を行う上で大きな意味があるものと考えられる。Kasahara et al.¹⁾は、鉛直方向を二層に分割して、各層は2次元の浅水長波方程式でモデル化する方法を提案している。本研究では、解析モデルとしてこの方法を採用し、水面波動問題に対する合理的な開境界条件の処理方法の検討を行うことを一つの課題とする。本報では著者らが提案している無反射性の入射境界条件の処理方法²⁾を二層流れ場における波動伝播解析に適用した結果について示す。

2. 支配方程式

静水面上に直交座標系をとると各層に対する浅水長波方程式は以下のように書き表すことができる。

$$\dot{u}_i + u_j u_{i,j} + g s_{,i} - A_u (u_{i,j} + u_{j,i})_{,j} + \gamma_{ij} u_j + \alpha (u_i - v_i) = 0 \quad (1)$$

$$\dot{s} + \dot{d} + \{(s + d) u_i\}_{,i} = 0 \quad (2)$$

$$\dot{v}_i + v_j v_{i,j} + \varepsilon g s_{,i} - (1 - \varepsilon) g d_{,i} - A_\ell (v_{i,j} + v_{j,i})_{,j} + \gamma_{ij} v_j - \beta (u_i - v_i) + \gamma v_i = 0 \quad (3)$$

$$\dot{d} + \{(d - b) v_i\}_{,i} = 0 \quad (4)$$

ここで、 s, d, u, v は静水面から測った表面および界面までの距離、上層の流速、下層の流速をそれぞれ表す。 g 、 b 、 A_u 、 A_ℓ は重力加速度、水深、上層の渦動粘性係数、下層の渦動粘性係数を表し、 ε は上層と下層の密度の比 ρ_u / ρ_ℓ である。 γ_{ij} はコリオリ力を表す係数である。また、 α, β, γ は上層、下層に関する界面の摩擦係数および海底摩擦係数である。これらに対する離散化には2段階陽解法²⁾を用いる。

3. 一次元水路モデルによる波動伝播解析

長さ 20m、水深 10m の一次元の水路モデル（図-1 参照）を用いて波動伝播解析を行う。上層の密度 $\rho_u = 1.0$ 、下層の密度 $\rho_\ell = 1.03$ とし、各層の厚さ h_1, h_2 をそれぞれ 5 m とする。また、コリオリ力、渦動粘性による分散および摩擦力は無視する。以下に示す 2 ケースの境界条件のもとに計算を行った。

Case1(進行波): 上、下層ともに周期 $T = 1.0\text{s.}$ 、振幅 $a = 0.1\text{m}$ の正弦波（水位、流速）を左端境界で与え、右端開放境界で以下に示す進行波の透過条件³⁾を与える。

$$u_1 = \frac{C}{h_1} (s + d - h_1) = \frac{\sqrt{g(h_1 + h_2)}}{h_1} (s + d - h_1) \quad (5)$$

$$v_1 = \frac{C}{h_2} (h_1 - d) = \frac{\sqrt{g(h_1 + h_2)}}{h_2} (h_1 - d) \quad (6)$$

ここに、 C は表面波の波速を意味する。

Case2(重複波): 上、下層ともに周期 $T = 1.0\text{s.}$ 、振幅 $a = 0.05\text{m}$ の正弦波（水位、流速）を左端境界で与え、右端境界を固定壁、すなわち完全反射の条件とする。また、左端境界においては無反射性の開境界条件の処理²⁾を行う。

各ケースにおける水位の計算結果を図2, 3に示す。これらの結果より本手法の適用性について以下のようなことが考察される。

- (i) 上、下層ともに同位相の入射波を与える場合、進行波を発生させることができある。それ以外の場合、例えば、上、下層に位相の異なる入射波を与えた場合、上層あるいは下層のみに入射波（水位、流速）を与える場合には、進行波を発生させることはできなかった。
- (ii) (5),(6)式で与えられる進行波の条件の適用性は良好であり波は開放境界から外部へ透過した。
- (iii) 右端境界を固定壁とした場合、すなわち閉鎖性の湾に対して行う潮流計算と同様の境界条件を課した場合、反射波が左端開境界で外部へ透過するため疑似の反射波は発生せず、進行波から重複波の場へ至る計算を確実に行なうことが可能である。

4. おわりに

密度の異なる二層の流れ場に対し、各層で浅水長波方程式を解く方法¹⁾を用い一次元の波動伝播解析に適用した。一層の解析同様、二層においても、進行波の場から重複波の場へ遷移を伴う場合、無反射性の入射境界条件の処理²⁾が有効であることを確認した。

参考文献

1. Kasahara, K., H. Hara, W. Fujiwara and M. Kawahara, "Two-Step Explicit Finite Element Method for Two-Layer Flow Analysis," Finite Element Flow Analysis (ed. T. Kawai), University of Tokyo Press, pp.611-618, 1982.
2. 児玉、川原、"潮流の非定常有限要素法解析における開境界条件の処理", 第45回土木学会年次講演会第II部門
3. 宇野木早苗他、"海洋技術者のための流れ学", 東海大学出版会, 1990.

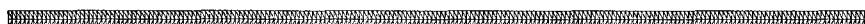


図-1 有限要素分割図

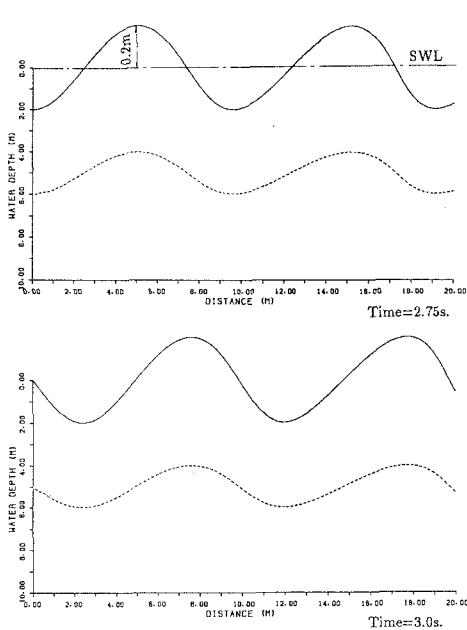


図-2 水位上昇量(Case1)

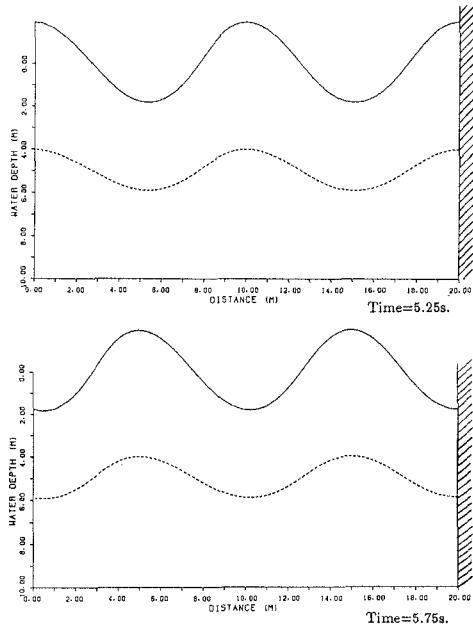


図-3 水位上昇量(Case2)