II-116 ダム放流量の予測制御解析

中央大学大学院 学生員 島田芳朗
前橋工業短期大学 正 員 梅津 剛
中央大学 正 員 川原睦人

1. はじめに

洪水時のダムの水門の制御には、様々な考え方がある。例えば、最適制御理論を導入し、解析領域内の水位を最小化することによって、ダムの水門から最適な放流量を決定する手法が検討されている[1)2)3)]。この考え方は、最適な結果を得ることが可能であるが全洪水時間の流量が既知であるという条件のもとに行われる方法であるため実用的ではない。本報では実用的なダム放流量の制御を行うため、随時得られる洪水流量の情報から、状態量を予測し制御を行う手法を提案する。この方法は、最適制御の場合に比べて、水位を完全に抑えるという面においては十分とは言い難いがオンラインでの制御可能であると考えられる。検証のために一次元の水路モデルを用いて制御解析を行った。

2. 有限要素方程式

洪水時の流体の挙動を表す方程式として、浅水長波方程式を用いる。基礎方程式について、ガレルキン法を適用すると、次の有限要素方程式が得られる。

$$M\dot{x} + Hx + Af + Bu = 0 \tag{1}$$

式（１）について解けば、状態方程式は以下のようになる。

$$\dot{x} = -M^{-1}(Hx + Af + Bu) \tag{2}$$

ここに、$x = \{q_x q_y \eta\}^T$ は状態量, u は操作量,fは外力項である。

3. 予測制御

本手法は、数ステップ先の時間までの流入量の情報が得られている場合、その情報を用いることによって、変化するダム内部の水位の時間的な変化を数値的に予測し、水位をなるべく変化をさせないように放流量を決定するものである。評価関数は予測ステップ数Nまでの水位変動量の二乗和と、操作量の二乗和の項より成り立っている。これを状態ベクトルを用いて示すと、次式のように表すことができる。

$$\begin{aligned} J_n &= \{u_n\}^T[R]\{u_n\} + \{\zeta_{n+1}\}^T\{\zeta_{n+1}\} \\ &+ \{\zeta_{n+2}\}^T\{\zeta_{n+2}\} + \ldots + \{\zeta_{n+N}\}^T\{\zeta_{n+N}\} \\ &= \{u_n\}^T[R]\{u_n\} + \sum_{i=1}^{N}\{\zeta_{n+i}\}^T\{\zeta_{n+i}\} \\ &= \{u_n\}^T[R]\{u_n\} + \sum_{i=1}^{N}\{x_{n+i}\}^T[Q]\{x_{n+i}\} \end{aligned} \tag{3}$$

ここに、R ,Q は、制御ベクトル u と状態ベクトル x に対する重み係数行列である。制御解析では、評価関数 J_n を最小にするような、制御ベクトル u_n を求めるため、必要条件として、次式のような停留条件を用いる。

$$\frac{\partial J_n}{\partial u_n} = 0 \tag{4}$$

さて、評価関数 J_n は、Nステップ先まで式を立てているため、それ以降の時間の物理量に対しては、以下の式によって予測を行う。

$$\begin{aligned} x_{n+N} &= Cx_{n+N-1} + Du_n + Ef_{n+N-1} \\ &= C^N x_n + (D + CD + C^2D + \ldots + C^{N-1}D)u_n \\ &+ C^{N-1}Ef_n + C^{N-2}Ef_{n+1} + \ldots + Ef_{n+N-1} \end{aligned} \tag{5}$$

（３）式に（５）式を代入して停留条件（４）式より制御ベクトル u について解くと次式のようになる。

$$u_n = -\frac{\sum_{j=1}^{N}\beta_j^T[Q]\alpha_j x_n + \sum_{j=1}^{N}\varphi_j f_{n+j-1}}{R + \sum_{j=1}^{N}\beta_j^T[Q]\beta_j} \tag{6}$$

$$\alpha_i = C^i \quad i = 1, N$$

$$\beta_i = D + CD + \cdots + C^{i-1}D \quad i = 1, N$$

$$\gamma_i = C^{i-1}E \quad i = 1, N$$

$$\varphi_i = \sum_{j=i}^{N}\beta_j^T[Q]\gamma_{j-i+1} \quad i = 1, N$$

従って、本手法における制御解析では、式（６）によりその時間で既知として与えられる状態ベクトル

x_n と外力ベクトル $f_n \sim f_{n+N-1}$ から放流量 u_n を決定し、それを境界条件として制御を行う。

4. 数値解析例

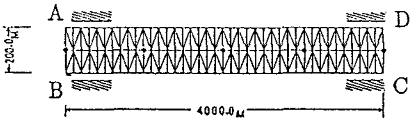
数値解析例として図－１のような一次元の水路モデルを用い、水深は 60m で一定とする。境界条件は、境界 AD, BC で法線方向の流速を零とする。上流側 境界 AB で図－２のような全洪水時間１時間の流入条件与え、下流側 境界 CD で制御を行う。微小時間増分 Δt=0.6 秒、予測制御を行う際、予測時間を５ステップ（３秒）として計算を行った。計算された水位と放流量を図－３に示す．これらの結果より制御を行わない場合と制御を行う場合の上流部・下流部では地点では水位上昇の制御に顕著な効果がみられた。

5. おわりに

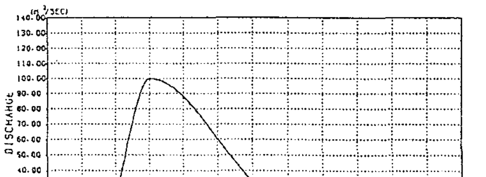
ダム放流量の制御に対して予測型の手法を提案し、その適用性について検討を行った。簡単な一次元の水路モデルにおいて本手法の効果を確認することができた。また、状態量の予測時間の変化によって結果が強く影響を受けることがわかった。今後、状態量の予測時間についての検討を重ねていく考えである。

参考文献

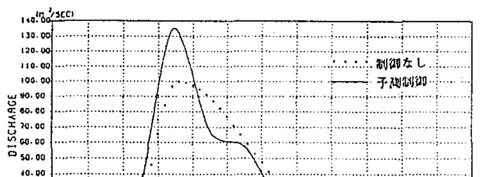
1. 田中，川原，”ダム水門による洪水の最適制御”，第 44 回土木学会年次講演会第 II 部門
2. 川崎，川原，”共役勾配法と有限要素法を用いた貯水池の洪水調節”，第 44 回土木学会年次講演会第 II 部門
3. 梅津，川原，”水理モデルを考慮したダム放流量の最適制御”，第 45 回土木学会年次講演会第 II 部門



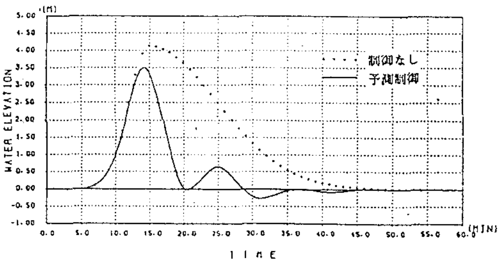
図－１　有限要素分割図



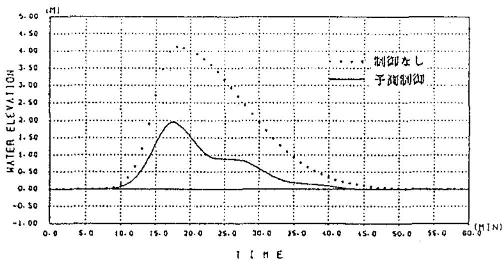
図－２　流入条件



図－３ (c)　放流量



図－３ (a)　上流側水位



図－３ (b)　下流側水位