

II-69

不飽和層中の水みち流れのフラクタル次元

山梨大学工学部 正員 坂本 康
菱和設備株式会社 柴田 博

1. はじめに

著者らは、マクロな構造が均一な不飽和層にできる水みち流れについて、水みちの形成条件、水みち流速を実験により検討してきた（坂本・渡辺(1991)）。その結果、不飽和層の空隙構造が推定できれば、水みちの実験結果をある程度説明できることを示した。しかし、実際には空隙構造の推定そのものが困難である。そこで本研究では視点を替えて、フラクタル次元の考え方により、不飽和層の物理特性と水みちとの関係を検討した。

2. 実験方法

実験装置の概要を図-1に示す。この装置にガラスビーズを詰め、一旦精製水で飽和した後重力により排水し、不飽和層とした。不飽和層の奥行きは 0.5cm とし、二次元流れを仮定した。ガラスビーズは、粒子径が均一なもの（均一粒子）と二種の径の粒子を混合したもの（混合粒子）とを用いた。粒子層の物理特性を表-1に示す。表-1中の ψ （水頭表示）、 b は、以下の水分特性曲線式の定数である。水分特性曲線は砂柱法（土壌物理性測定法委員会(1980)）により求めた。

$$\psi = \psi_s \left(\frac{\theta}{\theta_s} \right)^{-b} \quad (1)$$

ここに、 ψ :毛管ポテンシャル、 ψ_s :空気侵入ポテンシャル、 θ :不飽和体積含水率、 θ_s :飽和体積含水率、 b :定数である。混合粒子A は1.41-1.71と0.84-1.00mmの粒子（平均粒子径比= 1.69:1）を、混合粒子B は0.84-1.00と0.50-0.60mmの粒子（平均

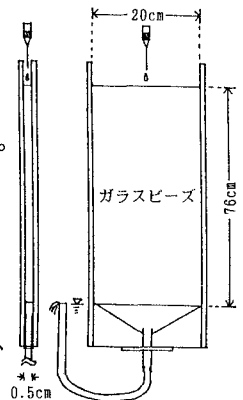


図-1 実験装置概要

粒子径比= 1.67:1) を、それぞれ個数比が 5:2になるように混合したものである。この不飽和層に、 KMnO_4 溶液を降雨強度 45-200mm/hrで滴下して水みちを観察した。

3. フラクタル次元の測定方法

フラクタル次元の測定方法はいくつかある（宝・高樫・杉原(1991)）。本研究では、ボックス・カウンティング法を採用した。これは、図面を間隔 r の格子によって

表-1 粒子層の物理特性

粒径 (mm)	空隙率 (%)	飽和透水係 数(cm/s)	水分特性の定数 ψ_s (cm)	$b(-)$
0.50-0.60	39.7	0.186	-14.5	0.23
0.71-0.84	39.3	0.304	-6.4	0.33
0.84-1.00	39.0	0.370	-5.3	0.38
1.00-1.41	40.2	0.536	-3.7	0.44
1.41-1.70	40.2	0.622	-2.8	0.47
混合粒子A	38.7	0.595	-4.7	0.24
混合粒子B	35.8	0.278	-7.0	0.25

一辺が r の正方形に分割し、水みちを少しでも含む正方形（以後、被覆正方形と呼ぶ）の数 $N(r)$ を数える方法である。 r と $N(r)$ とに次式の関係があれば、水みちはフラクタルであり、フラクタル次元 D が定まる。

$$N(r) \propto r^{-D} \quad (2)$$

用いた r の大きさは、0.59、1.18、1.77、2.36cmである。水みちの被覆正方形の例を図-2に示す。

4. 結果と考察

4.1 種々の条件での水みちのフラクタル次元

異なる降雨強度、粒子径での水みち被覆正方形の辺長と個数との関係、両対数グラフで図-3,4に示す。図によると、どの条件でも水みちはフラク

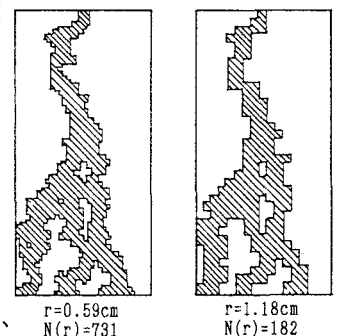


図-2 被覆正方形の例

タル構造であるといえる。また、フラクタル次元、つまり図の直線の傾きは、降雨強度によっては差はない

が、粒子径によっては差が生じる。

4.2 フラクタル次元と粒子径との関係

ガラスビーズの平均粒子径と水みちのフラクタル次元との関係を図-5に示す。混合粒子については、二種のガラスビーズそれぞれの平均径を△と□で示した。均一粒子の4種類、混合粒子の2種類は、それぞれ空隙の構造が相似になり、同じフラクタル次元となると予想していた。しかし、実際には、粒子が大きいほどフラクタル次元は小さくなった。このことは、空隙の構造だけでなく、水の分布も水みち形状に影響していることを示唆している。また、混合粒子では小さい方の粒子の大きさがフラクタル次元をほぼ決定していた。

4.3 フラクタル次元と水分特性曲線の定数 b との関係

Tyler and Wheatcraft(1990)は、土中の空隙を管で置き換え、管の分布がフラクタルであると仮定して、フラクタル次元 D' と水分特性曲線式（式(1)）の定数 b との関係を、次式のように導いた。

$$b = 1/(2-D') \quad (3)$$

式(3)の D' は本研究の水みちのフラクタル次元 D とは異なる。しかし、比較のために同様に b と D との関係を調べた（図-6）。図には、 $D=D'$ のとき、式(3)の関係を示す曲線も描いてある。図によると、水みちのフラクタル次元 D は $2-1/b$ よりやや大きい値となった。

5. まとめ

本研究で得られた結論は、以下の通りである。

- (1) ガラス・ビーズで作った不飽和層中にできる水みちはフラクタル構造である。
- (2) 水みちのフラクタル次元は、降雨強度にはよらず、また粒子が大きいほど小さくなる。
- (3) 水みちのフラクタル次元は、粒子間の空隙の構造だけでなく、水の分布にも影響されると考えられる。
- (4) 混合粒子層中の水みちのフラクタル次元は、小粒子の径でほぼ決定される。
- (5) 粒子層の水分特性曲線の定数 b

に対し、水みちのフラクタル次元は、 $2-1/b$ よりやや大きい値となる。

参考文献

坂本康・渡辺和彦(1991): 不飽和層中での水みち形成と水みち流下速度についての実験的研究、水工学論文集、Vol.35、pp.111-116。

宝馨・高埴琢磨・杉原宏章(1991):

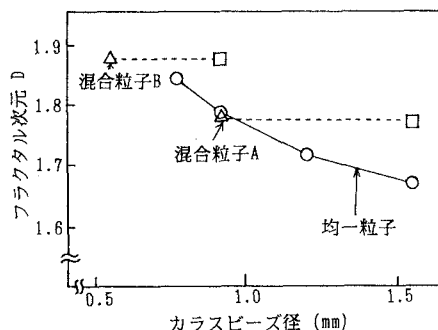


図-5 粒子径とフラクタル次元の関係

数値地形情報に基づく河川流域のフラクタル次元について、水工学論文集、Vol.35、pp.135-142。

土壌物理性測定法委員会(1980): 「土壌物理性測定法」、pp.138-139。

Tyler, S. W., and S. W. Wheatcraft(1990): Fractal Processes in Soil Water Retention, Water Resources Research, Vol.26, No.5, pp.1047-1054。

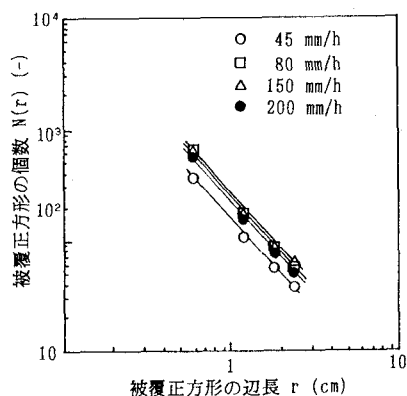


図-3 被覆正方形の辺長と個数
(降雨強度の影響)

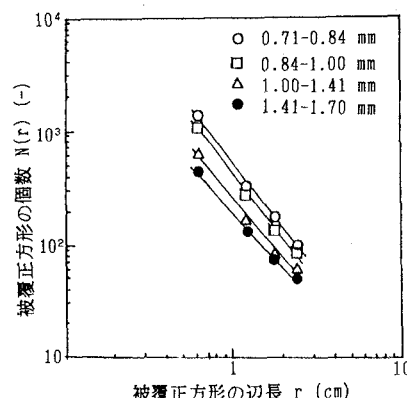


図-4 被覆正方形の辺長と個数
(粒子径の影響)

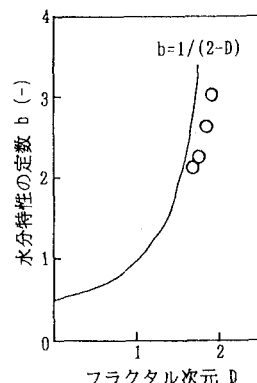


図-6 フラクタル次元と
定数 b の関係