II-67　不均質帯水層における透水試験結果の不確定性の評価

名城大学理工学部　正　員○原田　守博
名古屋大学大学院　学生員　林　尚一郎
名古屋大学工学部　正　員　高木　不折

１．研究の背景と目的

広域地下水の解析では，モデルパラメータの同定過程のための基礎データとして，各種の透水試験が行われ，帯水層の透水性に関する情報が集められる．しかしながら，これらの透水試験結果は通常，近接した地点であってもオーダーが異なるほど変動することが多く，多地点での試験値は対数正規分布に従うことが知られている[1]．このように透水試験結果が大きくばらつく原因は，基本的には実際の地盤そのものに人間には把握し得ない不均質性が存在しており，そうした不均質地盤の水理特性を種々のスケールをもった様々な試験方法によって測定しようとするためであると考えられる．透水試験結果の変動原因を具体的に挙げれば，

1) 試験方法（例えば，室内試験か原位置試験か，定常か非定常かなど）の差異によるもの．
2) 試験規模（例えば，揚水井から観測井までの距離に代表される空間スケール）の差異によるもの．
3) 計測誤差（井戸など試験装置の不良や計測値の読み取り誤差など）によるもの．

に分けられる．これらのうち，1)と2)は互いに無関係ではなく，試験方法によって，想定される試験規模の概略の範囲はおのずと決まってくる．しかし詳しくみれば，揚水試験を例に挙げてもわかるように，観測井を揚水井からどれだけ離して設置するかは試験の実施者に委ねられており，実際には様々なスケールで透水係数が求められているといえる．本研究ではこうした実態を踏まえて，透水試験結果の信頼性が試験規模によってどの程度影響を受けるのかを理論的に検討することによって，信頼性の高い透水試験を行なうための適正な試験規模について，客観的な指針を示すことをめざした試みである．

２．不均質帯水層における定常揚水時の地下水位分布の統計的構造

ここでは，比較的単純なケースとして，一本の観測井を用いた定常揚水試験（図－１）を取り上げ，場の不均質性に起因した水位分布の統計的変動成分を定式化する．対象とする流れの場は，無限に広がった水平２次元被圧帯水層であり，透水係数の対数変換値$Y(X)$と水位$\phi(X)$は，次式のように平均値の回りで小さく変動しているものとする．　$Y(X)=Y_0+Y_1(X)$　（$Y_0=\mathrm{const.}$）　(1)，　$\phi(X)=\phi_0(X)+\phi_1(X)$　(2)
ダルシー則と質量保存則を基礎として得られる地下水の支配方程式を上述の解析領域で解く．揚水が行われるのは一ヶ所（地点X_w）だけであるから，揚水強度Rの空間分布をデルタ関数を用いて表現すれば，$\phi_1(X)$はグリーン関数$G(X,X')$を用いて次式のように表すことができる．

$$\phi_1(X)=-Q_w e^{-Y_0}\int_D Y_1(X')\nabla G(X,X')\cdot\nabla G(X_w,X')dx' \tag{3}$$

したがって，揚水井から半径rにおけるϕ_1の分散は，Y_1の空間相関が white noise近似できる場合には，

$$\sigma_\phi{}^2(r)\simeq\frac{Q_w{}^2 e^{-2Y_0}\sigma_Y{}^2 A_Y}{(4\pi^2)^2}\int_{-\pi}^{\pi}d\theta\int_0^{\infty}dr'\cdot\frac{(r\cos\theta-r')^2}{r'(r^2+r'^2-2rr'\cos\theta)^2} \tag{4}$$

ここに，$\sigma_Y{}^2$：Y_1の分散，A_Y：Y_1の空間相関関数の積分値である．Dagan(1982)は，対象地点のごく近傍ではY_1の空間相関の white noise近似が成立しないことを考慮して，上式のr'方向の積分区間においてrの前後I_Yの領域を除外することにより積分を実行し，次の水位分散に関する近似式を与えている[2]．

$$\sigma_\phi{}^2(r)=\frac{Q_w{}^2 e^{-2Y_0}\sigma_Y{}^2 A_Y}{16\pi^3 r^2}\left[\ln\left(\frac{r}{r_w}\right)+\ln\left(\frac{r}{I_Y}\right)+O(1)\right]\text{，ただし，}r\gg I_Y \tag{5}$$

ここに，r_w：揚水井の半径，I_Y：Y_1の空間相関の積分スケールである．

３．帯水層の不均質性に伴う定常揚水試験結果の不確定性

水平２次元被圧帯水層における定常揚水試験値$\hat{K}$は，Thiemの公式として知られているように，

$$\hat{K}=Q_w/(2\pi S(r))\cdot\ln(r/r_w),\quad ここに\quad S(r)=\phi(r)-\phi_w \tag{6}$$

上式において，ϕ_w：揚水井の水位，$S(r)$：揚水井と距離rに位置する観測井との間の水位差である．
前述のように，透水試験結果は一般に対数正規分布に従うという事実に合わせ，上式を対数変換しておけば，

$$\hat{Y}=\ln\hat{K}=\ln(\alpha/S(r))=\ln\alpha-\ln S(r),\quad ここに\quad \alpha=Q_w/2\pi\cdot\ln(r/r_w) \tag{7}$$

式(2)により$S(r)$は，
$$S(r)=\phi_0(r)-\phi_w+\phi_1(r)=S_0(r)+\phi_1(r) \tag{8}$$

いま，場が均質であったとき（$S(r)=S_0(r)$）の試験値を $\hat{Y}_0$ （$=\ln\alpha-\ln S_0$），ϕ_1に起因する試験値の変動分を $\hat{Y}_1$ として $\hat{Y}=\hat{Y}_0+\hat{Y}_1$ とおけば，$E[\phi]=\phi_0$ に対応して，
$$E[\hat{Y}]=\hat{Y}_0 \tag{9}$$

が得られる．したがって，式(7)～(9)より次の関係が導かれる．
$$E[\ln(S_0+\phi_1)]=\ln S_0 \tag{10}$$

試験値$\hat{Y}$の統計的分散$\sigma_{\hat{Y}}{}^2$は
$$\sigma_{\hat{Y}}{}^2=E[(\hat{Y}-\hat{Y}_0)^2]=E[(\ln S_0-\ln(S_0+\phi_1))^2] \tag{11}$$

式(10)(11)により，
$$\sigma_{\hat{Y}}{}^2=E[(\ln(S_0+\phi_1))^2]-(\ln S_0)^2 \tag{12}$$

テーラー展開により $\ln(S_0+\phi_1)\simeq\ln S_0+\phi_1/S_0$ であるから，上式は水位分散$\sigma^2{}_\phi(r)$を用いて

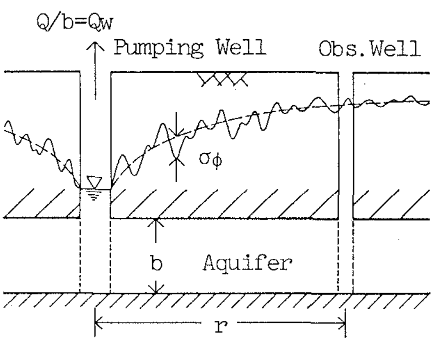
$$\sigma_{\hat{Y}}{}^2\simeq\sigma^2{}_\phi(r)/S_0{}^2 \tag{13}$$

ここで，$\hat{Y}_0=Y_0$ であることを考慮すれば，$\ln S_0=\ln\alpha-\ln(e^{Y_0})$ であるから，
$$S_0=\alpha/e^{Y_0} \tag{14}$$

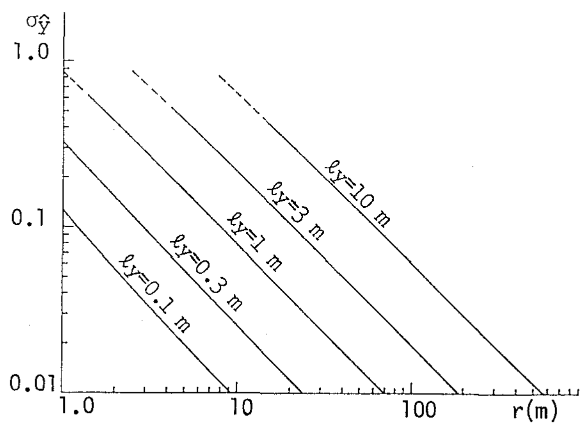
よって，式(5)(7)(13)(14)により次式が得られる．

$$\sigma_{\hat{Y}}{}^2\simeq\frac{\sigma_Y{}^2A_Y\ \ln(r^2/r_wI_Y)}{4\pi r^2(\ln(r/r_w))^2} \tag{15}$$

ここに A_YとI_YはY_1の空間的相関性を特徴づけるもので，距離λに対する相関関数を $\rho_Y=\exp(-\lambda/\ell_Y)$ とおくと，$A_Y=2\pi\ell_Y{}^2$，$I_Y=\sqrt{2}\cdot\ell_Y$ となる．上式は，地盤が本来もっている透水係数の不均質特性（σ_Y,ℓ_Y）のもとで，観測井までの距離をrとした時の 定常揚水試験値の不確定性を与えている．図－２は上式を用いて，種々のℓ_Yをもつ$\sigma_Y=2.0$の不均質地盤における試験値$\hat{Y}$の不確定性$\sigma_{\hat{Y}}$を求めたものである．これによると，例えば$\ell_Y=1$ mのとき，$\sigma_{\hat{Y}}$は観測井距離rが数mのうちは 0.2～0.5 程度の値をとるが，rが増大するにつれて急速に減少して，試験結果はきわめて高い精度をもつようになることを示している．



図－１　不均質場での定常揚水



図－２　揚水試験結果の不確定性の試算
（$\sigma_Y=2.0$，$\ell_Y=0.1$～10m のとき）

４．今後の課題

本研究では，実地盤での透水試験結果の不確定性評価をめざして解析を行ったが，定常状態の揚水を対象としたために $\sigma_{\hat{Y}}$の値はさほど大きいものにはならなかった．今後は，揚水試験として一般的に用いられている非定常状態の解析を進め，透水試験値のオーダー的な変動の誤差構造を明らかにしたいと考えている．

参考文献　1) Freeze, R. A.：W. R. R. 11(5), pp. 725-741, 1975.　2) Dagan, G.：W. R. R. 18(4), pp. 813-833, 1982.