

II-8

有限要素法による地形性降雨の解析

中央大学 正会員 檜山和男

中央大学 正会員 山田 正

1. はじめに

降雨による災害予測や流出解析を行うためには、まずその入力量となる降雨量を定量的に知る必要がある。本報告は、地形性に起因する降雨を定量的に予測するために、降雨の物理モデルと流れの基礎方程式を用い、これを任意の地形へ適用したものである。数値解析にあたっては、任意地形上の境界条件を精度良く取り扱うことのできる有限要素法を用いている。

2. 基礎方程式と有限要素法

流れの解析は、以下に示される運動方程式と連続方程式を用いる。

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{p_{,i}}{\rho} - \nu (u_{i,j,j} + u_{j,i,i}),_j = f_i \quad (1)$$

$$u_{i,i} = 0 \quad (2)$$

ここに、 $\frac{\partial}{\partial t}$ ：時間に関する微分、 u_i ：流速、 p ：圧力、 ρ ：密度、 ν ：渦動粘性係数、 f_i ：物体力（ここでは重力加速度）である。上式に対してガラーキン法に基づく有限要素法を適用し、3角形1次要素を用いて離散化を行う。解法としては、圧力に関するポアソン方程式を導き、流速と圧力を交互に連成させて求める分離型解法²⁾を用いる。

降雨の解析では、温かい雨に対するモデルであるケスラーモデルを用いる。基礎方程式は、大気中の水蒸気及び雨水についての質量保存式であり、次式で与えられる（図-1参照）。

$$\frac{\partial M}{\partial t} + u_m \frac{\partial M}{\partial x} + (v+V)M_{,y} - AC - CC + EP = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial m}{\partial t} + u_m \frac{\partial m}{\partial x} + v m_{,y} + AC + CC - EP - CV = 0 \quad (4)$$

ここに、 M ：雨水量、 m ：雲水量、 u ：気流の水平方向流速、 v ：気流の鉛直方向流速、 V ：降雨粒子の落下速度である。また、 AC ：雲水の雨水への転換、 CC ：雨水による雲水の捕捉、 EP ：雨水の蒸散、 CV ：凝結であり、次式で与えられる。

$$AC = k_1 (m - \alpha) \quad (5)$$

$$CC = 6.96 \times 10^{-4} \cdot E N_o^{1/8} \cdot m M^{7/8} \cdot \exp(ky/2) \quad (6)$$

$$EP = 1.93 \times 10^{-6} \cdot N_o^{7/20} \cdot m M^{13/30} \quad (7)$$

$$CV = v \cdot (A + B \cdot y) \quad (8)$$

$$R = 138 N_o^{-1/8} M^{9/8} \quad (9)$$

ここに、 k_1 ：定数(10^{-3}sec^{-1})、 α ：雲水の雨水への転換の臨界値(0.5gm^{-3})、 E ：捕捉率(1.0)、 N_o ：定数(10^{-7}m^{-4})、 k ：

定数(10^{-4}m^{-1})、 A ：定数($3 \times 10^{-3} \text{gm}^{-4}$)、 B ：定数($-3 \times 10^{-7} \text{gm}^{-5}$)、 R ：地上降雨強度(mmh^{-1})である。

(3)、(4)式に対してガラーキン法に基づく有限要素法により空間方向の離散化を行い、時間方向の離散化には2段階陽解法³⁾を用いる。

3. 数値解析例

本手法の妥当性を検討するために、図-2に示す上昇流と下降流が生じる場合の降雨解析を行った。計算の対象範囲は、水平方向に70km、鉛直方向に4000mとし、要素幅は $\Delta x = 1 \text{ km}$ 、 $\Delta y = 200 \text{ m}$ （節点総数1491、要素総数2800）として計算を行った。なお、山の高さは双方とも500mと仮定した。図-2に、計算された風速分布図（レイノルズ数400での定常解）を示す。風上側境界（境界A-B）では、境界条件として水平方向の流速分布を $u = 3y^{1/4} (\text{ms}^{-1})$ で与えており、A点では風速 $u = 23.86 \text{ ms}^{-1}$ となる。図-3に、風上側の山の中腹地点（14km地点）での、計算された鉛直風速分布図を示す。

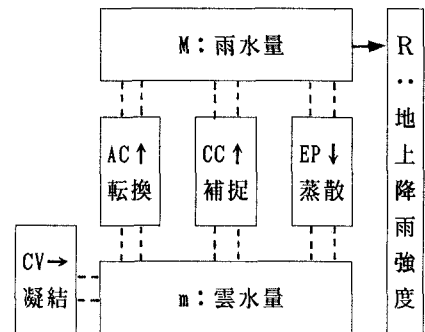


図-1 ケスラーモデル

次に、計算された流れ場の結果を用いて、雲水量 m と雨水量 M の解析を行った。境界条件としては、境界A-Dで上層からの降水粒子の供給はないものと仮定して($M=0$)計算を行った。計算条件として、微小時間増分量 $\Delta t=10$ sとし、定常状態になるまで計算を行った。経過時間約40分後にはほぼ定常状態に達し、その時の雲水量($g\cdot m^{-3}$)の分布図を図-4に示す。図より、山頂付近に雲水量のピークが生じていることが分る。図-5に、地上での降雨強度分布図を示す。図より、山頂付近で最も降雨強度が強く、各山頂付近でのピーク値を比較すると、風下側のピーク値は風上側のそのの半分以下になっていることが分る。これらの結果は、山田¹⁾による結果と定性的に良い一致を示している。次に、計算領域の上限を2000mと3000mとした場合の解析を行い、その高度 H と地上での最大降雨強度 R_{max} との関係を調べた(図-6)。図より、計算領域の上限高度が高くなるほど最大地上降雨強度が大きくなり、ほぼ4000mで収束していることが分る。

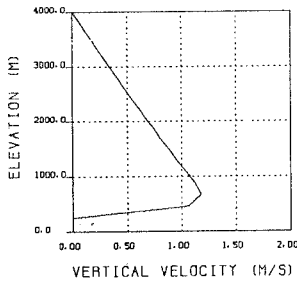


図-3 鉛直風速分布

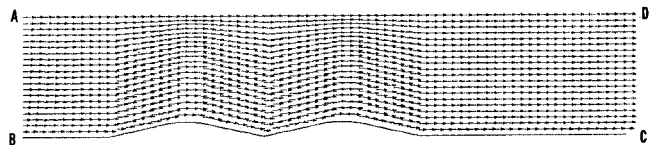


図-2 風速図

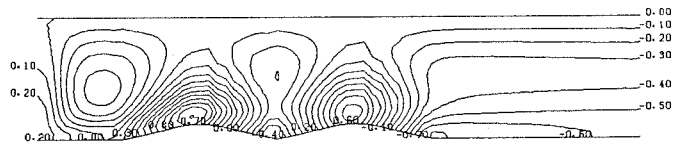


図-4 雲水分布図

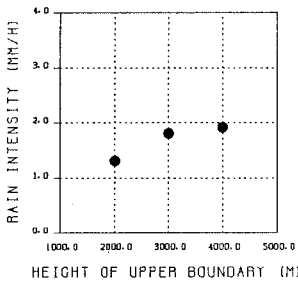
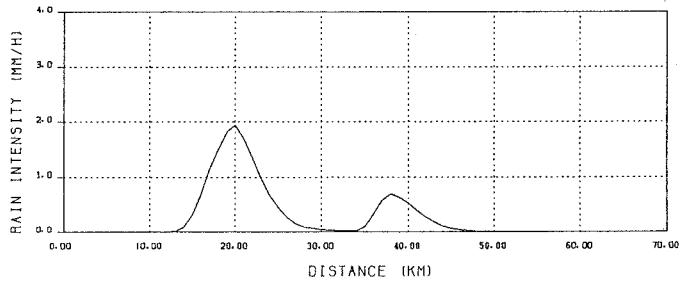
図-6 H と R_{max} の関係

図-5 地上での降雨強度

最後に、本報告では、ケスラーモデルに対する計算において、必要最小限の人工粘性(ランピングパラメータ³⁾: $e=0.8$)を与えているが、人工粘性の値を人為的に変えてみると、計算結果に有意な差異(地上降雨強度で1 mm/h程度)を生じさせることが明らかになった。

4. おわりに

本報告により、任意地形への適合性の良い有限要素法を用いてケスラーモデルに基づく地形性降雨の解析を行う方法を提案した。今後は、乱流モデルの導入と成層効果さらには対流不安定を考慮した解析を行う予定である。なお、本研究を行うにあたり中央大学計算力学研究室の江春波博士に協力を得た。ここに記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1.山田(1989), 地形性降雨の数値実験, 洪水の数値予報(日野他著), pp.205-215., 森北出版
- 2.Jiang, Kawahara and Kashiya(1991), A fractional step finite element method for convection dominated incompressible flows, Int J.Num.Meth.Fluids (to be submitted)
- 3.Kawahara and Kashiya(1984), Selective lumping finite element method for nearshore current, Int.J.Num.Meth.Fluids, Vol.4, pp71-97.