

I-563 ツリー構造を用いたライフライン・ネットワークの震後復旧戦略

京都大学大学院 学生員 能島 暢呂
 京都大学防災研究所 正 員 亀田 弘行

1. はじめに ライフライン系の震後復旧過程は被災要素の復旧作業の進め方によって大きく左右されるため、有効な震後復旧戦略策定法の確立が望まれる。復旧過程は(1)被災要素修理率、(2)需給節点連結率、(3)サービス充足率などの指標の時系列的变化で表現される。また復旧過程の最適性の基準としては、(1)復旧完了時間の最短化、(2)平均復旧時間(未復旧率の累積値)の最小化などが用いられる。これらの規定の仕方で最適戦略は変化するが、本研究では被害発生後にまず節点連結性の早期回復が図られる部分を対象とし、需要家全体での平均復旧時間の最短化をもって最適とする基準を採用する。これは、都市全域での需要家の不便の総和を最小化するという意味を持つ。

この基準のもとで最適復旧戦略を策定するために、被災した冗長ネットワークの中から、連結性を満足する必要最低限度のリンク群をツリー構造として抽出し、さらにHornのアルゴリズム¹⁾を適用して破壊リンクの復旧順序を決定する方法を示す。なお以下の用語と表記はグラフ理論に従うものとし、有向グラフで表現されるライフライン・ネットワークを対象とするが、無向グラフについてもほぼ同様の議論が可能である。

2. 連結性早期回復のためのツリー構造 ライフライン・ネットワークのノード集合を V 、リンク集合を E とし、グラフ構造を $G=(V, E)$ で表現する。さらに $v_1 \in V$ を供給ノード、 $\{v_i \mid i \neq 1, v_i \in V\}$ を需要ノードとする。ライフライン系は通常冗長ネットワークとなっているため、震後復旧の第一段階では破壊リンクのすべてを修理する必要はなく、 V を張る木 $T \subset E$ を取り出してリンク $e_j \in T$ の中で破壊している要素を修理すればネットワークの連結性を回復することが可能である。つまり被災ネットワークの連結性回復は、ツリー構造のグラフ $G_T=(V, T)$ を完成することと、ネットワークの形態のうえでは同じ意味を持つ。ここで有向閉路を含まない冗長ネットワークの木の総数は、各ノード v_i の負の線度を δ_i^- とすると $\prod_{i=1}^n \delta_i^-$ となることからわ

かるように、ツリー構造を決定するには膨大な数の木の中から1つの構造を選択する必要がある。本研究では全需要ノードを供給ノードに効率よく連結させることができるようなツリー構造決定法を3種類とりあげて比較を行う。ただし、破壊リンク e_j の修理に必要な時間 t_j がすべて既知であると仮定する。

(1) 最小木(Minimum Spanning Tree)・・・連結性復旧完了までの時間 $t_F = \sum_{e_j \in T} t_j$ が最小となる木

(2) 最短距離木(Shortest Path Tree)・・・ v_1 から v_i へのパス P_{1i} の時間距離 $\sum_{e_j \in P_{1i}} t_j$ がすべて最小となる木

(3) 近似的最適木・・・ランダムに木を生成し、それぞれの復旧を行った結果に基づいて再構成される木
 なお最小木についてはPrimのアルゴリズム²⁾を有向グラフ用に改良したものを適用し、最短距離木についてはFloydの方法²⁾を用いる。また(3)では実験計画法を応用した直交表³⁾を用いることによって、あらゆる場合を網羅しつつ必要最小限度の木を効率よく選出する。

3. Hornのアルゴリズムを用いたツリーの最適復旧 ツリー構造を確定した後、木 T に含まれる破壊リンクの修理順序を決定する。復旧曲線上部の面積に相当する平均復旧時間は、需要家数を重みとする重みつき遅延時間之和であるので、破壊リンクの最適復旧順序を求める問題は組合せ最適化問題の一つであるスケジューリング問題として定式化できる。有向木ではリンクが $e_i = (\text{father}(v_i), v_i)$ のようにノードと1対1に対応づけられる。いま需要ノード v_i の需要家数を h_i 、リンク e_i の復旧に必要な時間を t_i 、その復旧順位を $\sigma(i)$ とし、破壊リンクの修理を1つずつ進めると仮定すると、全需要家についての平均復旧時間 t_A は、 $t_A = \sum_{v_i \in V} h_i \cdot \sum_{\sigma(k) \leq \sigma(i)} t_k / \sum_{v_i \in V} h_i$ となる。この評価関数を最小化するリンク復旧順序が最適復旧戦略となる。ここで、順序づけのための指標として効率(復旧曲線の勾配) $e_i = h_i/t_i$ の大きさを基準とする方法(最大効率法)ではグラフの階層性のために最適解とはならない場合が多い。Hornは数理計画法の組合せ最適化の分野において、この問題を解決するため改良効率 e_i^* を定義して最適解を与えるアルゴリズムを提案している。図1のツリー型モデルに対して最大効率法とHornの方法に従って復旧を進めた場合の復旧曲線を図2に示す。さらに t_i をランダムに与えて25の被災パターンをつくり、復旧結果として平均復旧時間 t_A を比較したのが図3である。同一の被害パターンを対象とするペアについては記号を実線で結んである。Hornの方法に従えば最大効率法の t_A を上回ることはなく、このことからアルゴリズムの有効性が理解できる。なお図1は全リンクが破壊した場合であるが、木 T が無被害リンク($t_i = 0$)を含む場合には、それらを短絡除去した縮約グラフを用いることとする。

4. モデル・ネットワークによる復旧過程の比較

図4の被災ネットワークに対して最小木、最短距離木、および直交表によるランダムな16個の木を作成し、それぞれの木に対してHornのアルゴリズムを適用して復旧を行い、完全復旧時間 t_F および平均復旧時間 t_A を比較した結果を図5に示す。また16のランダムな木の復旧結果を統計処理して新たに構成した近似的最適木の復旧結果も同図にプロットした。 t_A が小さいほど有利であることを示すが、最小木と近似的最適木がきわめて良い結果を与えていることがわかる。同じネットワークに25の被害パターンを与え、最小木と最短距離木を用いて同様の比較を行ったのが図6である。ほとんどの場合において最小木の方が望ましい結果となるが、例外が2ケース認められる。さらに他の形態のネットワークで多数のケースを検討した結果、(1) 近似的最適木を用いると比較的に安定して早期復旧できる傾向にあること、(2) 最小木は連結性復旧完了時間の最短化という本来の性質に加えて、平均復旧時間最短化のための簡便なツリー選定法としての性質をも兼ね備えていることが確認できた。

5. おわりに

被災した冗長ネットワークにおいて、最適復旧プロセスを実現するツリー構造を唯一に定めることは極めて困難である。最小木や近似的最適木を出発点として木の初等変換を繰り返すことによって、より有用なツリー構造を試行錯誤的に求めることも可能であると考えられる。また本研究では被災要素を1つずつ修理する場合を想定したが、多数の修理を同時に行う場合や、ネットワークをブロック分割して集中的に復旧を進める場合などについても検討してゆく方針である。さらに、ネットワークの連結性が回復された後には、木に含まれない未修理要素の復旧の問題が残される。これについてはフロー特性を考慮して、機能的に重要な位置を占めるものを供給ノードに近い順に修理する、などの方法で対処できるものと考えている。

参考文献

- 1) Horn, W. A., Single-Machine Job Sequencing with Treelike Precedence Ordering and Linear Delay Penalties, SIAM, J. Appl. Math., Vol. 23, No. 2, pp. 189-202., 1972.
- 2) 伊理正夫他, 演習グラフ理論—基礎と応用—, コロナ社, 1983.
- 3) 高桑哲男, 配水管網の解析と設計, 森北出版, pp. 226-232., 1978.

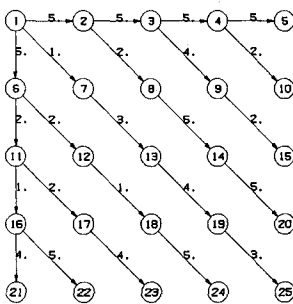


図1 ツリー型ネットワーク・モデル
(数字は復旧に必要な時間)

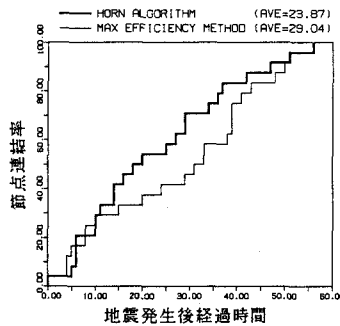


図2 Hornの方法と最大効率法を用いた
復旧曲線の比較

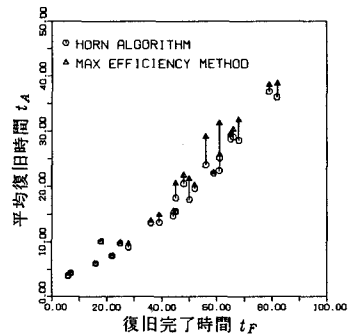


図3 Hornの方法と最大効率法を用いた
平均復旧時間の比較(25ケース)

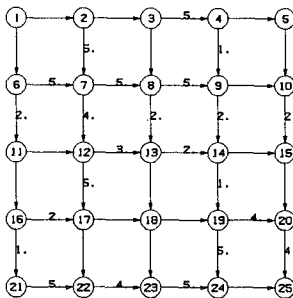


図4 非ツリー型ネットワーク・モデル
(数字は復旧に必要な時間)

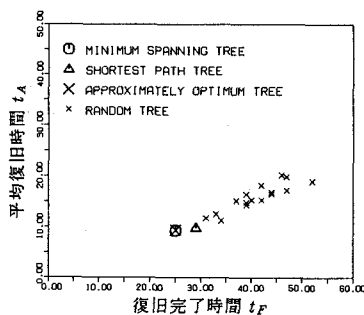


図5 最小木、最短距離木、ランダムな木、
近似的最適木を用いた完全復旧時間
と平均復旧時間の比較

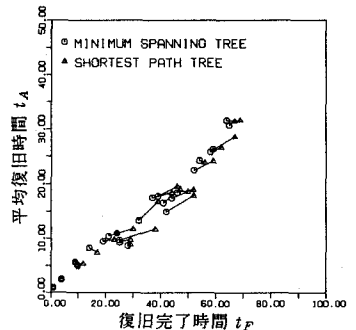


図6 最小木と最短距離木を用いた完全
復旧時間と平均復旧時間の比較
(25ケース)