

I-551

自由振動波形からの2自由度系のパラメータ同定

名古屋工業大学 正 岩本政巳 東京大学 正 藤野陽三
埼玉大学 正 伊藤 學

1. まえがき 橋梁等の構造物の構造形式の複雑化、自由度の増加により、非常に接近した固有振動数を持つ複数のモードが存在する可能性が高くなっている。このclosely-spaced-modes系の応答波形はうなりを伴う。例えば、多数本のケーブルを持つ斜張橋においてあるケーブルと橋桁の振動が連成し、うなり波形が観測されることがある。また、構造物-TMD系も同様の振動性状を示す。こうしたうなり波形より系の動特性、特に減衰を推定することは難しいと考えられる。通常、応答波形から動特性を推定する際には周波数領域の同定手法(スペクトル解析)が用いられるが、closely-spaced-modes系では2つの振動数のピークが接近しているため、両者を分離することはきわめて困難である。

本研究では、時間領域での同定手法である拡張カルマンフィルター(EK-WGI法)¹⁾を用いて、数値シミュレーションにより作成したclosely-spaced-modes系の自由振動波形から同定を行い、その精度を検討する。

2. 系のモデル化 本研究では、図1に示すような主構造物とケーブル、TMDといった副構造物からなる単純な2自由度系をモデルに用いる。この系の自由振動時の運動方程式は次のように表せる。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_A \\ \ddot{x}_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2(\xi_A \omega_A + \mu \xi_B \omega_B) & -2\mu \xi_B \omega_B \\ -2\mu \xi_B \omega_B & 2\mu \xi_B \omega_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_A \\ \dot{x}_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_A^2 + \mu \omega_B^2 & -\mu \omega_B^2 \\ -\mu \omega_B^2 & \mu \omega_B^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_A \\ x_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ここで、 x_A, x_B : 主、副構造物の変位、 m_A, m_B : 主、副構造物の質量、 $\mu = m_B/m_A$ (質量比)、 ω_A, ω_B 及び ξ_A, ξ_B : 主、副構造物の固有円振動数及び減衰定数である。そして、同定するパラメータは、 $\omega_A, \omega_B, \xi_A, \xi_B$ の4つ(μ も未知の場合は5つ)とした。

本研究では、 $\mu = 0.01$ 、 $\omega_A = \omega_B = 2.0 \text{ rad/sec}$ (同調比=1)、 $\xi_A = 0.002$ (かなり小さい)は共通として、副構造物の減衰定数 $\xi_B = 0.002$ (小さい、ケーブル等を想定)、 0.05 (大きい、TMDを想定)の2ケースのモデルを用いた。シミュレートした変位波形を図2に示す。 ξ_B の違いによりうなり波形の減衰特性に差があることがわかる。なお、波形の初期値は $x_A = x_B = 10$ 、 $\dot{x}_A = \dot{x}_B = 0$ である。また、観測時のノイズとして、正規乱数をSN比0、1、5、10%で波形に付加した。

3. 同定結果 ①主、副構造物の変位波形が得られている場合 μ が既知のときの同定結果の一例を表1、2に示す。 ξ_B の大小によって若干の差はあるが、10%のノイズが混入していてもかなり高い精度で同定が可能であることがわかる。同定の安定性も高く、10回前後のグローバルな繰り返し¹⁾で推定値は収束した。

同定精度は、観測(波形作成)の条件、すなわちサンプリング間隔 Δt 、サンプリング継続時間 T (または、データ数 N_d)によっても変化する。明らかに、 Δt が小さい(細かいデータ)ほど、 T が大きい(長いデータ)ほど精度は高くなる。しかし、細かく長いデータをとるとデータ数 N_d は非常に大きくなり、計算に要する時間も長くなる。そこで、観測の目安を知るために、 N_d を一定(1000)とし Δt を0.01、0.02、0.05、0.1sec($T=10, 20, 50, 100 \text{ sec}$)と変化させ、同定精度への影響を調べた(表3、4)。結果を見ると、 ξ_B の大小によって傾向が異なる。 ξ_B が小さいケ

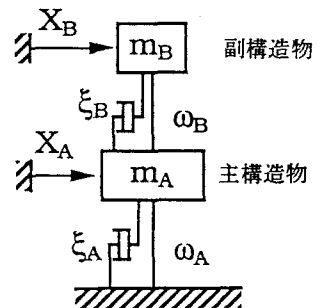


図1 2自由度系のモデル

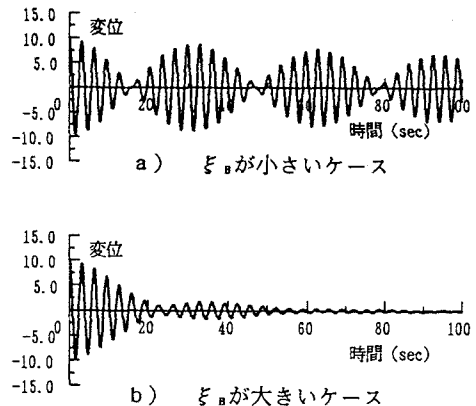


図2 シミュレートした主構造物の変位波形

ース（表3）では Δt 、 T が大きくなるにつれ精度は高くなっているが、 ξ_B が大きいケース（表4）では逆の傾向がみられる。これは図2の応答波形の減衰特性の違いと関連が深いと考えられる。つまり、 ξ_B が小さい場合は応答波形の減衰が小さく振幅は定常に近い。このような波形から減衰特性を正確に推定するためには、多少粗いサンプリングであっても継続時間 T を長くとの必要がある。なお、同定の安定性には Δt 、 T による影響はみられなかった。また、 μ が未知のときはほぼ同様の結果が得られている。

②主構造物の変位波形のみが得られている場合 主構造物の変位波形のみからの同定は、情報量が少ないためノイズが全くなくても収束しなかった。そこで、変位波形とそれをデジタル微分フィルタにより微分して求められる速度波形より同定を行った。この方法は①に比べ困難であるためデータ数 N_d は2000とし、微分フィルタにより損失するデータ数は $100 \times 2 = 200$ とした。

μ が既知のときの結果の一例（観測条件の影響）を表5、6に示す。なお、空欄は推定値が発散して結果が得られなかったことを示す。主構造物の変位、速度波形から同定を行う場合には Δt を小さくし細かいデータをとらなければならないことがわかる。また、同定の精度、安定性は①に比べ総じて低く、発散あるいは50回のグローバルな繰り返しでも推定値が収束しないケースが多かった。とくに ξ_B が小さいケースでは、①で述べたように T が大きくなると精度が低い。よって、正確な同定を行うためには Δt を小さくした上で T を長くする必要があると考えられる。 μ が未知のときはノイズがまったくないデータからも同定できなかった。

あとがき closely-spaced-modes系の動特性は、主、副構造物の変位波形が得られていれば5%程度のノイズがあっても自由振動波形からかなり正確に同定できることがわかった。ただし、波形の減衰特性に応じて適切な観測条件（ Δt 、 T ）を選択する必要がある。

参考文献 1) 星谷、斉藤：拡張カルマン・フィルターを用いた同定問題の各種振動系への応用、土木学会論文報告集 第339号、pp. 59-67、1983. 11. 2) 岩本ら：自由振動波形からの構造物-TMD系のパラメータ同定、日本風工学会誌 第47号、1991. 4.

表1 主、副構造物の変位波形からの同定結果
（ ξ_B ：小、 μ ：既知、 $\Delta t=0.1$ 、ノイズの影響）

ノイズ(%)	$\hat{\xi}_A$	$\hat{\xi}_B$	$\hat{\omega}_A(\text{rad/s})$	$\hat{\omega}_B(\text{rad/s})$
1	0.00197	0.00200	2.00	2.00
5	0.00198	0.00197	2.00	2.00
10	0.00200	0.00186	2.00	2.00

表2 主、副構造物の変位波形からの同定結果
（ ξ_B ：大、 μ ：既知、 $\Delta t=0.01$ 、ノイズの影響）

ノイズ(%)	$\hat{\xi}_A$	$\hat{\xi}_B$	$\hat{\omega}_A(\text{rad/s})$	$\hat{\omega}_B(\text{rad/s})$
1	0.00192	0.0500	2.00	2.00
5	0.00171	0.0501	2.00	2.00
10	0.00142	0.0503	2.00	2.00

表3 主、副構造物の変位波形からの同定結果
（ ξ_B ：小、 μ ：既知、ノイズ：10%、観測条件の影響）

$\Delta t(\text{sec})$	$T(\text{sec})$	$\hat{\xi}_A$	$\hat{\xi}_B$	$\hat{\omega}_A(\text{rad/s})$	$\hat{\omega}_B(\text{rad/s})$
0.01	10	0.00125	0.00166	2.00	2.00
0.02	20	0.00150	0.00161	2.01	2.00
0.05	50	0.00203	0.00219	2.00	2.00
0.10	100	0.00200	0.00186	2.00	2.00

表4 主、副構造物の変位波形からの同定結果
（ ξ_B ：大、 μ ：既知、ノイズ：10%、観測条件の影響）

$\Delta t(\text{sec})$	$T(\text{sec})$	$\hat{\xi}_A$	$\hat{\xi}_B$	$\hat{\omega}_A(\text{rad/s})$	$\hat{\omega}_B(\text{rad/s})$
0.01	10	0.00142	0.0503	2.00	2.00
0.02	20	0.00116	0.0495	2.00	2.00
0.05	50	0.00149	0.0507	2.00	2.00
0.10	100	-0.830E-5	0.0476	2.01	2.00

表5 主構造物の変位波形と数値微分による速度波形からの同定結果
（ ξ_B ：小、 μ ：既知、ノイズ：1%、観測条件の影響）

$\Delta t(\text{sec})$	$T(\text{sec})$	$\hat{\xi}_A$	$\hat{\xi}_B$	$\hat{\omega}_A(\text{rad/s})$	$\hat{\omega}_B(\text{rad/s})$
0.01	10	-0.00113	0.00566	2.02	1.98
0.02	20	-0.00125	0.00524	2.00	2.00
0.05	50	発散			
0.10	100	0.0102	4.03	1.97	0.228E-2

表6 主構造物の変位波形と数値微分による速度波形からの同定結果
（ ξ_B ：大、 μ ：既知、ノイズ：1%、観測条件の影響）

$\Delta t(\text{sec})$	$T(\text{sec})$	$\hat{\xi}_A$	$\hat{\xi}_B$	$\hat{\omega}_A(\text{rad/s})$	$\hat{\omega}_B(\text{rad/s})$
0.01	10	0.00154	0.0493	2.01	2.00
0.02	20	0.0460	2530	1.97	0.230E-4
0.05	50	発散			
0.10	100	-0.0169	0.0266	2.06	1.96