

岡山大学工学部 正員 廣瀬壮一

1. はじめに

構造物内部の欠陥を定量的に非破壊評価しようとする時、評価すべき項目は欠陥の種類、方向、大きさ、分布など多岐にわたる。その中でも欠陥の種類は基本的でかつ重要な項目である。欠陥には空洞、介在物、クラックなどの種類があるが、クラックは最も危険性の高い欠陥である。したがって、クラックとそれ以外の欠陥を分類することは、構造物の安全性診断において重要な意味を持つ。本報告では、代表的線形逆解析法のBorn逆解析法とPOFFIS法を組み合わせた欠陥分類のための逆散乱法を提案する。

2. 散乱問題の基礎

簡単のために3次元Helmholtz方程式を満足するスカラー場 u を考えよう。均質で線形な無限媒体 R^3 において平面入射波 $u_{IN}(x, k) = F(k) \exp(ik \underline{k}_{IN} \cdot \underline{x})$ ($F(k)$: 振幅スペクトル, $\underline{k}_{IN}$: 進行ベクトル) が欠陥 D によって散乱されるものとする。このとき散乱波動 u_{SC} は次の様に積分表現される。

$$u_{SC}(x, k) = \int_{R^3} q(y, \omega) G(x - y, k) dV_y \quad (1)$$

ここに、 k は $R^3 \setminus D$ における波数であり、 G は

$$G(x - y, k) = (4\pi|x - y|)^{-1} \exp(ik|x - y|) \quad (2)$$

なる基本解である。また、 q は欠陥の種類によってそれぞれ次の様に与えられる等価散乱源を表わす。

$$q(y, k) = \begin{cases} -k^2 O(y) u(y, k) & (\text{for inclusion}) \\ -u(y, k) \nabla \cdot \gamma(y) \mathbf{n} & (\text{for crack}) \end{cases} \quad (3)$$

ただし、

$$O(y) = \{1 - k_D^2(y)/k^2\} \Gamma(y), \quad \Gamma(y) = \begin{cases} 1 & \text{for } y \in D \\ 0 & \text{for } y \notin D \end{cases}, \quad \gamma(y) = -\mathbf{n} \cdot \nabla \Gamma(y)$$

であり、 $k_D(y)$ は介在物内での波数、 $\mathbf{n}$ は法線ベクトルを表わす。

3. Born逆解析法

介在物のようなボリュームを持つ欠陥による散乱波の遠方表現は式(1)、(3)より次の様になる。

$$u_{SC}^{FAR}(x, k) = -k^2 (4\pi|x|)^{-1} e^{ik|x|} \int_{R^3} O(y) u(y) e^{-ik \underline{x} \cdot \underline{y}} dV_y \quad (4)$$

ただし、 $\underline{x} = \underline{x}/|x|$ である。ここで、周波数(すなわち波数 k) が十分小さい波動場を考えると、散乱波の影響は小さく、欠陥近傍での変位場は入射波による変位 u_{IN} で近似できるであろう(Born近似)。したがって、式(4)は次のように書ける。

$$\begin{aligned} u_{SC}^{FAR, Born}(x, k) &= -k^2 (4\pi|x|)^{-1} e^{ik|x|} F(k) \int_{R^3} O(y) e^{-ik(\underline{x} - \underline{k}_{IN}) \cdot \underline{y}} dV_y \\ &= -k^2 (4\pi|x|)^{-1} e^{ik|x|} F(k) \tilde{O}(\mathbf{K} = k(\underline{x} - \underline{k}_{IN})) \end{aligned} \quad (5)$$

ここに、 $\tilde{O}(\mathbf{K})$ は $O(y)$ のFourier空間像である。よって、検出された散乱波 u_{SC}^{FAR} より式(5)を用いて $\tilde{O}(\mathbf{K})$ を求めて、それを逆Fourier変換すれば特性関数 $O(y)$ を決定することができる。なお、空洞に対しても同様な定式化を行なうことができる。

4. POFFIS法(Physical Optics Far-Field Inverse Scattering法)

欠陥がクラックの場合、遠方での散乱波の積分表現は式(1)、(3)より次の様になる。

$$u_{SC}^{FAR}(x, k) = -ik(4\pi|x|)^{-1} e^{ik|x|} \int_{R^3} \underline{x} \cdot \underline{n}(\underline{y}) \gamma(\underline{y}) [u(\underline{y}, k)] e^{-ik\underline{x} \cdot \underline{y}} dV_y \quad (6)$$

ただし、 $[u]$ はクラック開口変位を表す。さて、周波数(波数 k)が十分に大きいとすると、入射側のクラック面では全波動場は入射波 u_{IN} と反射波 $R_F u_{IN}$ (R_F :反射係数)の和に等しく、反対側の面では全波動場は0と仮定できる(Kirchhoff近似)。したがって、式(6)は次の様に変形できる。

$$\begin{aligned} u_{SC}^{FAR,PO}(x, k) &= -ik(4\pi|x|)^{-1} e^{ik|x|} F(k) \int_{R^3} \underline{x} \cdot \underline{n}(\underline{y}) H(-\underline{k}_{IN} \cdot \underline{n})(1 + R_F) \gamma(\underline{y}) e^{-ik(\underline{x} - \underline{k}_{IN}) \cdot \underline{y}} dV_y \\ &= -ik(4\pi|x|)^{-1} e^{ik|x|} F(k) \underline{x} \cdot \underline{n}^* H(-\underline{k}_{IN} \cdot \underline{n}^*)(1 + R_F^*) \tilde{\gamma}(K = k(\underline{x} - \underline{k}_{IN})) \end{aligned} \quad (7)$$

ただし、上式の誘導においては積分の停留値からの寄与のみを考慮した。上添字のstは停留条件を満足する量であることを示す。式(7)は下線部の定数項を除けば、式(5)とほぼ同じ構造を持っており、求められた $\tilde{\gamma}(K)$ を逆Fourier変換すれば特異関数 $\gamma(y)$ の分布を決定することができる。

5. 欠陥分類の方法

Born逆解析法を空洞とクラックの両者による散乱波に適用してみる。ただし、ここでは2次元面内動弾性問題を考え、境界要素法によって得られた遠方での散乱P波の数値データを入力として用いている。Fig. 1およびFig. 2はそれぞれ空洞とクラックに対してBorn逆解析法を用いて求められた特性関数の分布を示したものである。ほぼ、求められるべき欠陥の形状が再現されている。注意すべきことは、空洞の場合はFig. 1に示すように実数解として特性関数 $0(y)$ が求められているのに対して、クラックの場合は解が虚数部に現れることである。

本来、Born逆解析法はクラックに対しては適用できないものである。にもかかわらず、虚数部の解として特性関数の分布が得られるのはなぜか。これは式(5)と(7)の類似性に原因があると考えられる。すなわち、式(5)と比較したとき、式(7)は下線を引いた実定数部を除くと $(-ik)$ 倍だけ異なっているだけである。したがって、Born逆解析法をクラックに適用することは、虚数空間においてPOFFIS法を適用することに対応すると考えられる。このような性質を利用すれば、クラックとそれ以外のボリウムを持った欠陥の分類が可能であると考えられる。

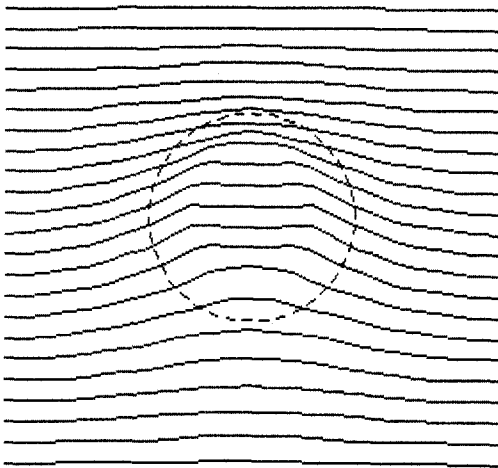


Fig.1 円形空洞に対する $0(y)$ (実数部)の分布

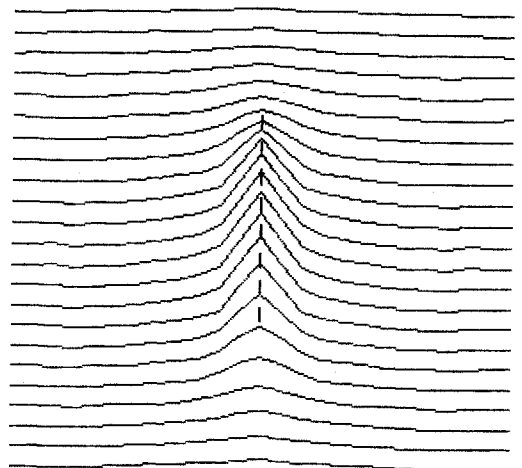


Fig.2 クラックに対する $0(y)$ (虚数部)の分布