

I-486 Timoshenko Beam Theoryの適用範囲について(2)

八戸工業大学 正会員 穂山 和男

1. はじめに

本論文は、高次側の固有関数は横断面方向の第一モードの定常波と第二モードの定常波とから成り立っていることを明らかにしたものである。数値計算は両端固定梁で行った。断面は、円形断面とした。

2. 無限に長い棒の長さ ℓ の区間に含まれる波の数 s ($s = \ell / \lambda$)¹⁾(1) $X < X_c$ のとき

$$\left. \begin{aligned} s_{r1} &= \frac{\alpha}{2\pi} \\ s_{im} &= i \frac{\beta}{2\pi} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

(2) $X > X_c$ のとき

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= \frac{\alpha}{2\pi} \\ s_2 &= \frac{\beta'}{2\pi} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここで、 $X_c = b/a^{1/4}$ 、 $b = \ell/R$ 、 $R = (I/S)^{1/2}$ 、 I : 断面二次モーメント、 S : 断面積、 $c = p/\gamma$ 、 p : 円振動数、 γ : 波動伝播定数、 $c_0 = (E/\rho)^{1/2}$ 、 E : ヤング率、 ρ : 材料の密度、 $x = (d/2)/\lambda$ 、 d : 円断面の直径、 λ : 波長、 $a = E/(k'G)$ 、 k' : セン断係数、 G : 剛性率、 $i = (-1)^{1/2}$ 、 π : 円周率、 $X^4 = \rho S p^2 \ell^4 / (EI)$ 、 $u = Y/\ell$ 、 Y : 全たわみ

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{2^{1/2}} \frac{X^2}{b} \left\{ (a+1) + \left\{ (a+1)^2 + 4 \left(\frac{b}{X} \right)^4 \right\}^{1/2} \right\}^{1/2} \\ \beta &= \frac{1}{2^{1/2}} \frac{X^2}{b} \left\{ -(a+1) + \left\{ (a+1)^2 + 4 \left(\frac{b}{X} \right)^4 \right\}^{1/2} \right\}^{1/2} \\ \beta' &= \frac{1}{2^{1/2}} \frac{X^2}{b} \left\{ (a+1) + \left\{ (a+1)^2 + 4 \left(\frac{b}{X} \right)^4 \right\}^{1/2} \right\}^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

3. 数値計算

細長比 $b=10$ の場合について行う。 $k'=0.833$ 、 $E=2(1+\nu)G$ 、 $\nu=0.3$ とした。表1は両端固定梁の固有値 X であるが、 $X_c=7.5235$ となるので、3次までが低次側、4次以上は高次側の固有関数を用いて求めた。¹⁾ 4次の振動数は定常波については、 $(p_4 \ell)/c_0 = X^2/b$ (表2)、進行波については $(p_4 \ell)/c_0 = (2\pi s)(c/c_0)$ (表3) から求まる。 $(p_4 \ell)/c_0 = 6.1853$ である。図2の (c/c_0) は、 $x=0.2s$ ($\because b=10$) より求まる。

4. おわりに

高次側の定常波は横断面方向の等しい振動数の第一モードと第二モードの定常波が同時に生じる。しかし、一般に振動は横断面方向の第一モードの振動数の定常波を考えているため、 β' を含む高次側の固有関数は除かなければならない。

<参考文献> 1) 穂山 和男, 八戸工業大学紀要, 10(1991)52-55

表1 両端固定梁の X
($b=10, Xc=7.523\ 5$)

mode	X
1	3.719 29
2	5.339 84
3	6.757 17
4	7.864 66
5	8.262 72
6	8.966 64
7	9.466 11
8	9.992 63
9	10.694 36
10	10.901 20

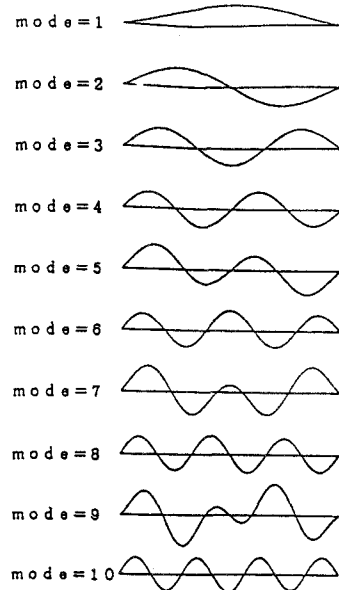


図1 u のモードカーブ

表2 両端固定梁の四次の定常波の
振動数 ($b=10$)

X_4	7.864 66
α	12.316 62
β'	2.204 54
s_1	1.967 413
s_2	0.350 864
pl/c_0	6.185 3

表3 表2の α, β' に対応する進行
波の振動数

s_1	1.967 413
s_2	0.350 864
x_1	0.393 48
x_2	0.070 17
$(c/c_0)_1$	0.500 36
$(c/c_0)_2$	2.805 7

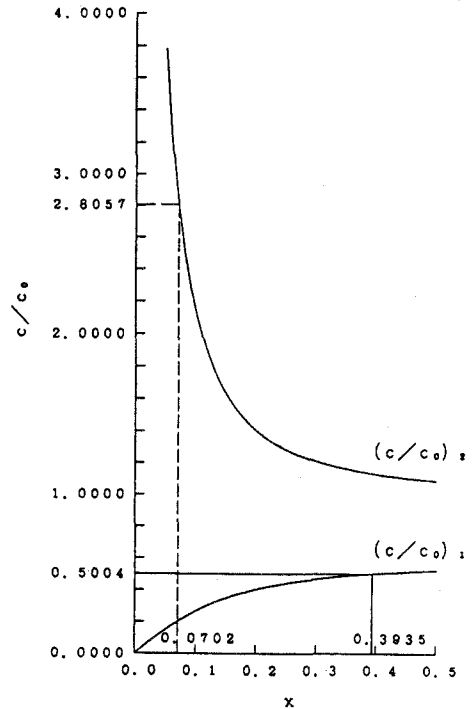


図2 $x_1=0.3935, x_2=0.0702$ に対する $(c/c_0)_1, (c/c_0)_2$