

I-477

変動軸力を受ける単一ケーブルの安定を失った後の応答

長崎大学工学部 学生員 ○町田健一郎

長崎大学工学部 正 員 高橋和雄

長崎大学工学部 学生員 畑口隆範

1. まえがき ケーブルの支点が軸方向に加振されると、ケーブルにたわみ振動が生ずることが、Kovacs¹⁾や藤野ら²⁾によって指摘されている。この力学的メカニズムは、係数励振振動によるものである。力学的特性を明確にするためには、これまでのサグのない弦に対する研究では不十分で、サグを考慮したケーブルとしての解析をしなければならない。そこで、著者らは文献³⁾において、偏平ケーブル(サグ比1/8以下)が、軸方向周期的変動荷重を受ける場合の動的安定性を多自由度系として解析し、ケーブルの不安定領域に及ぼすケーブルのサグ比および材料パラメータの影響を評価した。微小振動論から得られる不安定領域において、ケーブルの振動は発散する。しかし、ケーブルにおいては、たわみによって生ずる軸方向力のために、振動は有限な大きさとなる。したがって、安定を失った後の応答を明らかにするために、たわみによる非線形項を考慮して解析する必要がある。本研究では、ケーブルの非線形項を考慮した解析を行ない、ケーブルのサグ比および縦波-横波伝播速度比、ケーブルの最大応答に及ぼす初期条件の影響を明らかにするものである。

2. 運動方程式 Irvine⁴⁾の成書によれば、図-1に示すような偏平ケーブルが変動軸方向力 $H_1 \cos \Omega t$ を受ける場合の安定を失った後の運動方程式は、次式のように与えられる。

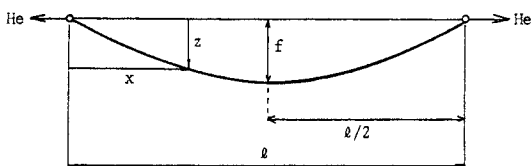


図-1 ケーブルの一般図

$$L(w) = m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{8f}{l^2} h - (H_0 + H_1 \cos \Omega t + h) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

$$h = -\frac{EA}{L_0} \left\{ \frac{8f}{l^2} \int_0^l w dx + \frac{1}{2} \int_0^l \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx \right\}$$

ここに、 w : 面内鉛直たわみ、 t : 時間、 m : ケーブルの単位長さあたりの質量、 f : ケーブルサグ、 l : スパン長、 E : ヤング率、 A : 断面積、 $L_0 = l(1 + 8f^2/l^2)$: ケーブル長、 H_0 : 初期水平張力、 H_1 : 変動水平張力の振幅、 Ω : 変動水平張力の円振動数、 h : 活荷重水平張力。

3. 解法 式(1)の解を次のように仮定する。

$$w = l \sum T_i(t) W_i(x) \quad (2)$$

ここに、 $T_i(t)$: 未知の時間関数、 $W_i(x)$: 境界条件を満足する座標関数。

上式の座標関数として、基準化されたケーブルの固有振動形を用いる。すなわち、対称振動の場合には、

$$W_i = (1 - \tan \frac{\pi \omega_i}{2} \sin \pi \omega_i \xi - \cos \pi \omega_i \xi) / W_{i \max} \quad (\xi = x/l) \quad (3)$$

ここに、 ω_i は第 i 次の無次元固有円振動数($\omega_i = n_i / \pi n_0$, $n_0 = \sqrt{H_0 \pi^2 / m l^2}$: 弦の1次の固有円振動数、 n_i : ケーブルの第 i 次の固有円振動数)で、次の超越方程式の根で与えられる。

$$\tan \frac{\pi \omega_i}{2} = \frac{\pi \omega_i}{2} - \frac{1}{\lambda^2} \left(\frac{\pi \omega_i}{2} \right)^3 \quad (4)$$

ここに、 $\lambda^2 = 64 \gamma^2 k^2 / (1 + 8 \gamma^2)$ 、 $\gamma = f/l$: サグ比、 $k = \sqrt{EA/H_0}$: 縦波-横波伝播速度比。

W_i が自由振動の解であることを利用して、式(1)にGalerkin法を適用すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned}
 & \bar{T}_s + \omega_s^2 \bar{T}_s + \frac{\bar{H}_t}{\pi^2} \cos \omega \tau \sum_{i=1}^n \frac{B_{is}}{A_{ss}} \bar{T}_i + D_s \{ 4 \gamma C_s \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n B_{pq} \bar{T}_p \bar{T}_q \\
 & + 8 \gamma \sum_{p=1}^n B_{ps} \bar{T}_p \sum_{q=1}^n C_q \bar{T}_q + \frac{1}{2} \sum_{q=1}^n \sum_{r=1}^n B_{qr} \bar{T}_q \bar{T}_r \sum_{p=1}^n B_{ps} \bar{T}_p \} = 0
 \end{aligned} \quad (5)$$

ここに、 $A_{ss} = \int_0^L W_s^2 d\xi$ 、 $B_{is} = \int_0^L W'_i W'_s d\xi$ 、 $C_s = \int_0^L W_s d\xi$ 、 $D_s = k^2 / \{ (1+8\gamma^2) \pi^2 A_{ss} \}$ 、 $\bar{H}_t = H_t / H_e$ 、 $\omega = \Omega / n_0$ 、 $\tau = n_0 t$ 。

上式は、2次、3次の非線形項をもつ非線形微分方程式である。ケーブルはサグをもつために、2次の非線形項をもつ。式(5)の一般解を求めることは不可能であるから、Runge-Kutta-Gill法による数値積分を行なう。

4. 数値結果 (1) ケーブルの最大応答 伝播速度比 $k=30$ および60のケーブルの変動張力振幅 $\bar{H}_t=0.5$ における最大応答 $\bar{A}$ (ケーブルのスパン長によって無次元化されたケーブル中央の応答振幅) とサグ比 γ との関係(対称振動)を1次から3次まで示せば、図-2, 3の結果を得る。ケーブルの最大応答は、サグ比の影響を受け、特定のサグ比の領域では最大応答に著しい変動が起こる。この領域は、文献3)に示された無次元固有振動数 ω とサグ比 γ との関係における振動モードの遷移領域(1次→2次、2次→3次など)に対応している。また、このような領域では、2次の非線形項の係数 C_2 が大きくなるため、2次の非線形項の係数 C_2 を0とした場合の1次の最大応答を求めた(図-4)。これより、2次の非線形項は、最大応答の著しい変動に影響を及ぼすことがわかる。

(2) 初期条件の影響 微小振動論で得られた不安定領域内において、微小振動の初期条件を与えれば、振動は成長して有限な大きさとなる。この時の応答は、うなりを伴った波形をもつ。このうなりの現れ方は、初期条件に依存すると考えられるので、初期条件の位相差を変えて応答を計算した。その結果、初期条件の影響は、振幅にはあまり効かず、うなりの周期を変えることが明らかになった。

5. まとめ 特定のサグ比の領域では最大応答に著しい変動が見られ、この領域は、振動モードの遷移領域に対応している。また、このような変動は、2次の非線形項の効果が大きい。初期条件の影響は、最大応答にはあまり効かず、うなりの周期を変えることが明らかになった。

参考文献 1) Kovacs, I., Die Bautechnik, S9, H10, 1982(和訳: 前田, 米田: 橋梁, 1985, 1, 3), 2) Warnitchai, P., 藤野・Pacheco, B.M., 岡本: 構造工学論文集, Vol. 36A, 1990, 3) 高橋・一ノ瀬・町田・夏秋: 構造工学論文集, Vol. 37A, 1991, 4) Irvine, H.M.: Cable Structures, The MIT Press, 1981.

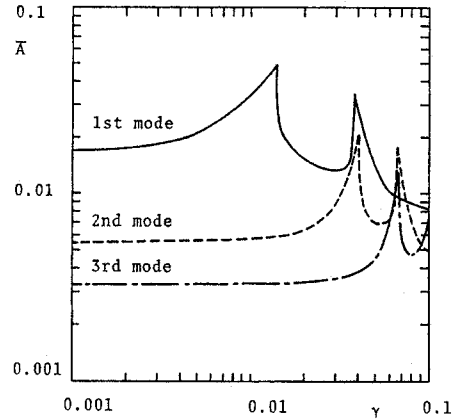


図-2 最大応答 $\bar{A}$ とサグ比 γ との関係 ($k=30$)

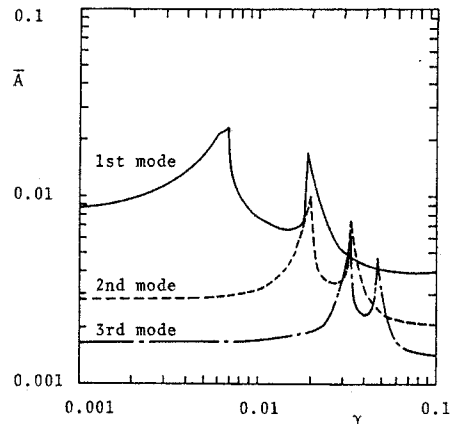


図-3 最大応答 $\bar{A}$ とサグ比 γ との関係 ($k=60$)

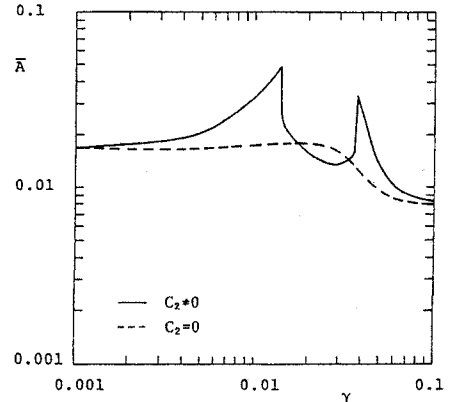


図-4 1次の最大応答 $\bar{A}$ とサグ比 γ との関係