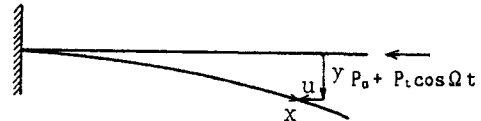


長崎大学工学部 学生員○江島裕章
長崎大学工学部 正 員 高橋和雄
(株)熊谷組 正 員 手塚 仁

1. まえがき 宇宙構造物などを対象とする自由端を持つ構造部材に対して、動的安定の解明が望まれている。従来の研究¹⁾により自由端を持つ片持ちばりでは、荷重の作用方向の影響を考える必要があり、安定を失った後の動的応答を追跡するためには、はりの非線形曲率の影響を考慮する必要があることがわかっている。しかし、このような研究は極めて少ない。そこで本研究は、変動軸力を受ける片持ちばりに対して負荷条件の力学的な違いと動的応答を、有限変形理論を用いて明らかにするものである。はりの非線形運動方程式をGalerkin法を用いて常微分方程式に変換し、これに、Runge-Kutta-Gill法を適用して時間応答解析を行う手法を採用する。数値解析においては、静的軸力、減衰力および負荷条件の影響を評価する。

2. 基礎式および解法 図-1に示す片持ちばりのたわみを y とする。このはりに静的軸力 P_0 と変動軸力 $P_t \cos \Omega t$ の和からなる $P_0 + P_t \cos \Omega t$ が作用する場合の曲率による非線形項を考慮したはりの運動方程式は、次式で与えられる。

$$L(y) = EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{wA}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + (P_0 + P_t \cos \Omega t) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + EI \left\{ 2 \frac{\partial y}{\partial x} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} + \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right)^3 \right\} = 0 \quad (1)$$



ここに、 E :ヤング率、 I :断面2次モーメント、 w :単位体積重量、 g :重力の加速度、 A :断面積

図-1 一般図および座標系

片持ちばりに、(a)保存力が作用する場合と(b)従動力が作用する場合の、2つの負荷条件(図-2)で考える。

式(1)の解を保存力の場合には、座屈波形により近似した固有振動形で仮定し、従動力の場合には固有振動形で仮定する。すなわち

$$y = \ell \sum_{i=1}^n X_i(x) T_i(t) \quad (2)$$

ここに、 T_i :未知の時間関数、 X_i :固有振動形、 ℓ :はりの長さ。

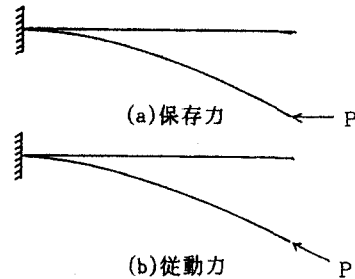


図-2 負荷条件

式(1)にGalerkin法を適用すると、次式のような常微分方程式にまとめられる。

$$\ddot{T}_i + \alpha_i^2 T_i + (\bar{P}_0 + \bar{P}_t \cos \bar{\omega} \tau) \sum_{j=1}^n \kappa_{ji} T_j + \sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^n \sum_{n=1}^n \Gamma_{mnji} T_j T_m T_n = 0 \quad (3)$$

ここに、 $\xi = x/\ell$ 、 $\bar{P}_0 = P_0/P_{cr}$ 、 $\bar{P}_t = P_t/P_{cr}$ 、 $P_{cr} = \epsilon^2 EI/\ell^2$ 、 $\lambda_1^4 = \ell^4 w A \omega_1^2 / EI g$ 、

$$\tau = \omega_1 t, \quad \delta_i = \int_0^1 x_i^2 d\xi, \quad \zeta_{mnji} = \int_0^1 (2x_m' x_n'' x_j''' + x_m'' x_n' x_j'') x_i d\xi,$$

$$\kappa_{ji} = \epsilon^2 \beta_{ji} / \lambda_1^4 \delta_i, \quad \Gamma_{mnji} = \zeta_{mnji} / \lambda_1^4 \delta_i,$$

$$(a) \alpha_i^2 = \int_0^1 x_i^4 d\xi / \lambda_1^4 \delta_i, \quad \beta_{ji} = - \int_0^1 x_i' x_j' d\xi$$

$$(b) \alpha_i^2 = (\lambda_i / \lambda_1)^4, \quad \beta_{ji} = \int_0^1 x_i'' x_j d\xi$$

式(3)は連立の非線形常微分方程式であるから、この一般解を求めることは不可能である。したがって、本研究では、Runge-Kutta-Gill法による時間応答解析を行う。なお、式(3)の非線形項を無視すれば、係数励振振動の微分方程式が得られる。これを固有値問題に変換する手法を用いれば、不安定領域を作成することができる。本題の時間応答解析は、不安定領域内の無次元パラメーター($\bar{P}_t, \bar{\omega}$)の組合せに対して行う。

3. 数値結果 (1) 不安定領域 図-3, 4は片

持ちばりに保存力と従動力が作用する場合の不安定領域である。これらの図において、縦軸は変動軸力を座屈荷重で無次元化した無次元励振振幅 $\bar{P}_i = P_i / P_{cr}$ で座屈荷重の違い ($P_{cr} = \epsilon^2 EI / l^2$: 保存力では $\epsilon = \pi/2$, 従動力では $\epsilon = 4.4777$) により、実際には従動力の方に保存力の約8倍の軸力をかけていることになる。横軸は無次元励振振動数 $\bar{\omega} = \Omega / \omega_1$ であり、1次の固有振動数の20倍までの振動数領域で求めた。図-3の保存力の場合、単純共振及び和形の結合共振の主不安定領域である $2\omega_1$ と $\omega_1 + \omega_3$ が得られている。図-4の従動力の場合には、これらの不安定領域に加えて、差形の結合共振の主・副不安定領域 ($\omega_1 - \omega_3$)/ k ($k=1, 2, \dots$) 及び単純共振の副不安定領域 $2\omega_i/k$ ($k=1, 2, \dots$) が得られている。これらの図より従動力の方が保存力よりも不安定領域が広くなるといえる。静的軸力が作用する場合には、固有振動数は減少(従動力のは移動す1次の固有振動数では大きくなる)し不安定領域る。また、減衰力が作用する場合には結合共振の一部に脱安定化効果が現れるものがある。

(2) 最大応答 保存力と従動力の2つの荷重に対して、不安定領域の中心振動数に対するの最大応答(振幅/長さ)と無次元励振振幅 $\bar{P}_i$ の関係をそれぞれ図-5, 6に示す。負荷条件に無関係に主不安定領域の低い振動数の順に、最大応答が大きくなっている。また、静的軸力が作用すると、負荷条件によらず最大応答は大きくなる。

減衰力が作用する場合の最大応答と励振振幅の関係は図-7(従動力)のようになる。減衰力が作用すると最大応答は小さくなっている。特に励振振幅が小さいときにはこの効果が著しい。これは保存力のときにも同じようになる。

4. まとめ (1) 従動力が作用する場合の不安定領域は、保存力のものと比べて幅が広い。静的軸力には不安定領域を広くする効果がある。減衰力が作用する場合、結合共振の一部に不安定領域を広くする脱安定化効果が見られる。

(2) 安定を失った後の動的応答は、負荷条件によらず非線形項を考慮しても応答の発散を押えることができない。また、静的軸力が存在する場合には、最大応答は増大する。減衰力が存在する場合には、励振振幅が小さいときに応答が著しく小さくなり、励振振幅が大きくなると応答はあまり変化しない。

参考文献 1) 高橋・手塚・其田: 変動軸力を受けるはり部材の安定を失った後の動的応答, 構造工学論文集, Vol. 37A, 1991, 3.

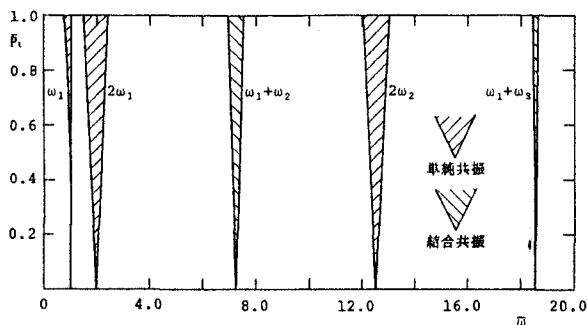


図-3 片持ちばりの不安定領域(保存力)

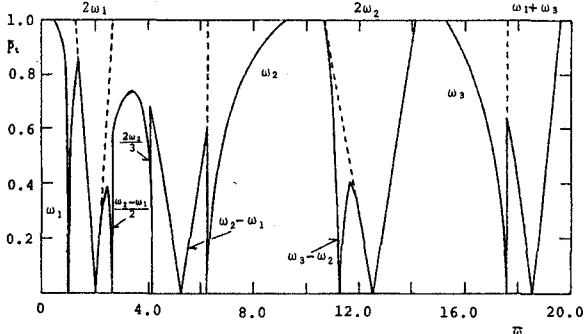


図-4 片持ちばりの不安定領域(従動力)

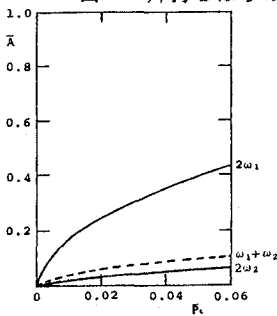


図-5 最大応答(保存力)

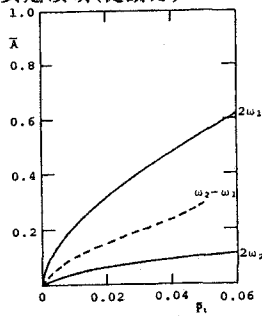


図-6 最大応答(従動力)

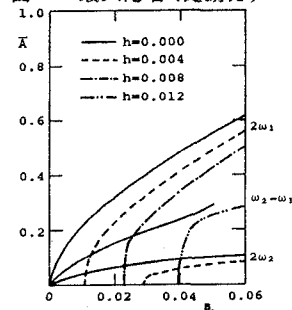


図-7 減衰力の最大応答に及ぼす影響(従動力)