

I-474

2 質点系の滑動を伴う調和振動

東京電機大学 正 員 松井 邦人 東京電機大学 正 員 佐々木 利視
 東京電機大学 正 員 井浦 雅司 東京電機大学 学生員 小坂 郁

1. はじめに

剛な基礎上に設置された 2 質点系で表せる簡単な構造物が調和加振されると、stick-stick モード、stick-slip モード、slip-slip モードの 3 種類の振動モードが現れることが分かっている。これらのモードの発生には、入力加速度の大きさと振動数、基礎と構造物の間の摩擦係数、構造物の固有振動数らのパラメータが複雑に絡み合っている。本研究は、解析的にこれらのモードが発生する条件を誘導し、各種パラメータが滑動にどのようなかわり方をしていくかを検討するものである。

2. 構造系のモデル

本研究で用いた構造系のモデルは、図-1 に示す通りである。数学モデルで置き換えると次のようになる。

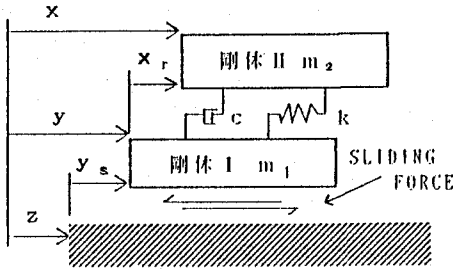


図-1 構造モデル

非滑動時

$$\ddot{x}_r + 2\xi_0\omega_0\dot{x}_r + \omega_0^2x_0 = -\ddot{z}(t) \quad (1)$$

$$\text{非滑動条件: } |\gamma\ddot{x}_r + \ddot{z}| \leq \mu g \quad (2)$$

ここで

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m_2}}, \quad \xi_0 = \frac{c}{2\sqrt{km_2}}, \quad \gamma = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

滑動時

$$\ddot{x}_r + 2\xi_1\omega_1\dot{x}_r + \omega_1^2x_r = -\frac{\mu g}{1-\gamma} \text{sgn}(\dot{z} - \dot{y}) \quad (3)$$

$$\ddot{y} = \mu g \text{sgn}(\dot{z} - \dot{y}) - \gamma\ddot{x}_r \quad (4)$$

$$\text{滑動条件: } |\gamma\ddot{x}_r + \ddot{z}| \geq \mu g \quad (5)$$

$$\text{滑動停止条件: } \dot{y} = \dot{z}, \quad |\gamma\ddot{x}_r + \ddot{z}| \leq \mu g \quad (6)$$

ここで

$$\omega_1 = (1-\gamma)^{-\frac{1}{2}}\omega_0, \quad \xi_1 = (1-\gamma)^{-\frac{1}{2}}\xi_0$$

ただし、 μ はクーロン摩擦係数であり、動的摩擦係数と静的摩擦係数を等しいと仮定した。

3. 定常振動時における各モードの発生条件

図-1 のモデルが調和加振入力を受ける時、即ち、 $\ddot{z} = a_0 \sin \omega t$ のとき十分な時間が経過し、定常振動となると、常に次の 3 つの振動モードとなる。

i) 剛体 I と基盤が常に一体振動する stick-stick モード

ii) 剛体 I と基盤において半周期のうちに滑動と非滑動が 1 回ずつ存在する stick-slip モード

iii) 剛体 I が基盤上を常に滑動する slip-slip モード

stick-stick モードとなる条件は、半周期の応答の最大値が式(2)の条件を満足することから、slip-slip モードとなる条件は、滑動停止条件式(6)を満足する解が滑動条件式(5)を満足することから求まる。stick-slip の条件は両者の解から自明である。

i) stick-stick モードの発生条件

$$\sqrt{\frac{1}{(a+1)^2 + b^2}} \geq \frac{a_0}{\mu g} \quad (7)$$

ii) stick-slip モードの発生条件

$$\sqrt{c^2 + \frac{1}{(1-\gamma)^2} F_0^2} \geq \frac{a_0}{\mu g} \geq \sqrt{\frac{1}{(a+1)^2 + b^2}} \quad (8)$$

iii) slip-slip モードの発生条件

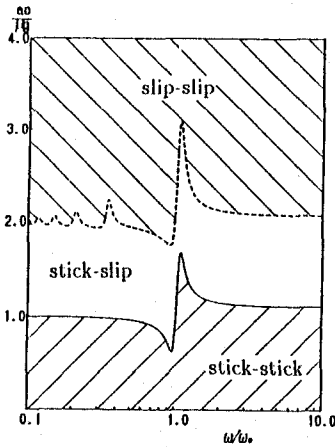
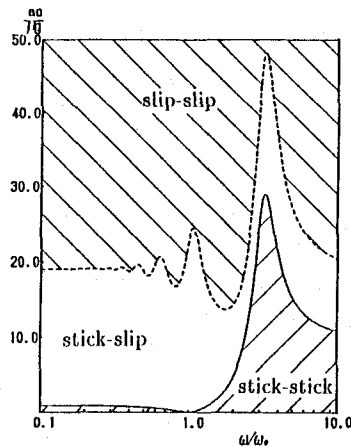
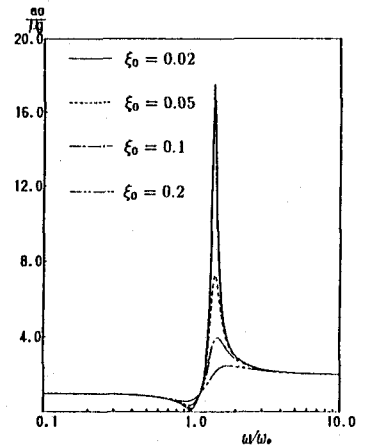
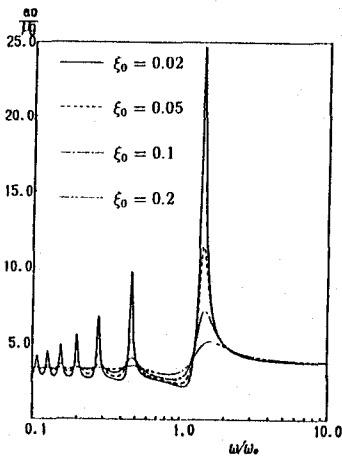
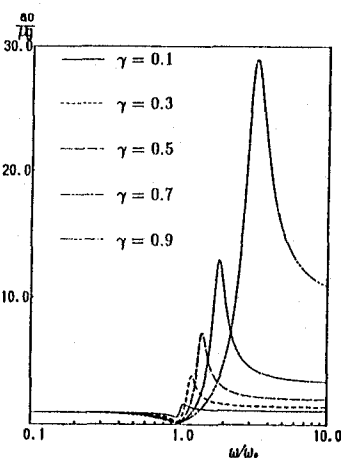
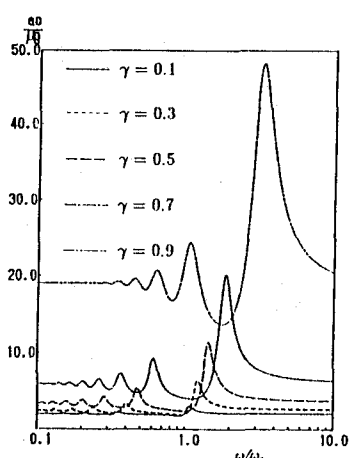
$$\frac{a_0}{\mu g} \geq \sqrt{c^2 + \frac{1}{(1-\gamma)^2} F_0^2} \quad (9)$$

ここで

$$a = \frac{\gamma \frac{\omega^2}{\omega_0^2} (1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2})}{(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2})^2 + (2\xi_0 \frac{\omega}{\omega_0})^2}, \quad b = \frac{2\gamma \xi_0 (\frac{\omega}{\omega_0})^3}{(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2})^2 + (2\xi_0 \frac{\omega}{\omega_0})^2}$$

$$c = \text{sgn}(\dot{z} - \dot{y}) \left[\frac{\pi}{2} + \frac{\gamma (\frac{\omega}{\omega_0}) \frac{\sin \psi}{\sqrt{(1-\gamma)(1-\xi_1^2)}}}{\cos \psi + \cosh \phi} \right]$$

$$F_0 = 1 + \gamma \frac{\xi_1 \frac{\sin \psi + \sinh \phi}{\sqrt{1-\xi_1^2}}}{\cos \psi + \cosh \phi}$$


 図-2(a) 各振動モードの起こる領域
 $(\gamma = 0.1, \xi_0 = 0.05)$

 図-2(b) 各振動モードの起こる領域
 $(\gamma = 0.9, \xi_0 = 0.05)$

 図-3(a) stick-stick と stick-slip の境界
 $(\gamma = 0.5)$

 図-3(b) stick-slip と slip-slip の境界
 $(\gamma = 0.5)$

 図-4(a) stick-stick と stick-slip の境界
 $(\xi_0 = 0.05)$

 図-4(b) stick-slip と slip-slip の境界
 $(\xi_0 = 0.05)$

$$\psi = \pi \sqrt{\frac{1 - \xi_1^2}{1 - \gamma}} \frac{\omega}{\omega_0}, \phi = \pi \frac{\xi_1}{\sqrt{1 - \gamma}} \frac{\omega}{\omega_0}$$

式(7),(8),(9)より各モードの発生条件は、剛体 I, II の質量比 γ 、減衰定数 ξ_0 、系の固有円振動数 ω_0 と外力の円振動数 ω の比 ω/ω_0 の3つのパラメータで表されていることが分かった。そこで、縦軸に $a_0/\mu g$ 横軸に ω/ω_0 をとって図示し、各振動モードの境界が ξ_0, γ にどのような影響を受けるかを考察した。

4. 解析結果と考察

図-2(a)ではパラメータを $\gamma = 0.1, \xi_0 = 0.05$ 、図-2(b)では $\gamma = 0.9, \xi_0 = 0.05$ 、とし各振動モードの発生する領域を示した。 $\gamma = 0.1$ の時には $\omega/\omega_0 = 1.0$ の直前において、stick-slip 及び stick-stick モードが最も起こり易くなるのに対し、 $\omega/\omega_0 = 1.0$ の直後に最

も起こり難くなる。一方、 $\gamma = 0.9$ の時、stick-slip 及び slip-slip モードの最も起こり難くなるのは、 $\omega/\omega_0 = 3.0$ 付近であることが分かる。stick-slip と slip-slip モードの境界線は、stick-slip と stick-stick モードの境界線に比べて形状が複雑で、ピークが数回現れているが、 ω/ω_0 の値が大きくなると、ある一定の値に収束するものと思われる。また、stick-stick と stick-slip モードの境界線が $1/(1-\gamma)$ に収束することは、式(7)により明かである。次に、図-3(a),(b)に $\gamma = 0.5$ としたとき、stick-stick と stick-slip 及び stick-slip と slip-slip の境界に減衰 ξ_0 がどのような影響を与えるを示した。減衰が大きいくほど、各モードの境界線が滑らかになることが分かる。また、図-4(a),(b)には図-3と同様に質量比 γ が及ぼす影響を示した。両図共、 γ が大きくなると、曲線のピークが右側にずれ、また、slip-slip モードが非常に起こりにくいことが分かった。