

I-454

ダンパーのみを有する動吸振りによるはり構造物の振動制御

山口大学 学生員 河原謙二郎

山口大学 正員 會田 忠義

1. まえがき 構造物の制振方法の一つに集中質量、ばね及びダンパーからなる動吸振器があり様々な研究が行なわれている。本研究では対象とする単一ばりに分布質量、分布剛性を持つはりをダンパーのみによって連結した動吸振りを想定し、その制振効果と調整方法を明らかにする。ここで、動吸振りが対象とするはり(主ばり)と同一境界条件であればモード座標系においてFig. 2の2質量2ばね系に置換されることを示す。次に、この2質量2ばね系モデルにはDen Hartogの定点理論を用いることができないので、このモデルにおける運動方程式を導き、数値計算により制振理論と制振効果を明らかにする。これによって対象とするはりの各モードに対する動吸振りの調整法を示す。

2. はりの運動方程式とモード方程式

Fig. 1に示す主ばりと動吸振りの曲げ振動の運動方程式は次式で表される。

式中、 m_1 、 m_2 : 主ばり、動吸振りの単位長さ質量、 EI_1 、 EI_2 : 主ばりと動吸振りの曲げ剛性、 δ はDiracの δ 関数である。

$$m_1 \ddot{v}_1 + EI_1 v_1'''' + c(\dot{v}_1 - \dot{v}_2) = P \exp(i\omega_0 t) \cdot \delta(x-a) \quad (1)$$

$$m_2 \ddot{v}_2 + EI_2 v_2'''' + c(\dot{v}_2 - \dot{v}_1) = 0$$

主ばりと動吸振りとの境界条件が等しいことから、二つのはりの固有関数は同じ関数で表されることから i 次モードの固有関数を $\phi_i(x)$ で表すと、主ばりと動吸振りの振動変位は次式で表される。

$$v_1(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \rho_{1i}(t) \phi_i(x), \quad v_2(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \rho_{2i}(t) \phi_i(x) \quad (2)$$

上式を式(1)の運動方程式に代入して整理すると、次のようなモード方程式が得られる。

$$m_1 \ddot{\rho}_{1j} + EI_1 \lambda_j^4 \rho_{1j} + c(\dot{\rho}_{1j} - \dot{\rho}_{2j}) = P \phi_j(a) \exp(i\omega_0 t) \quad (3)$$

$$m_2 \ddot{\rho}_{2j} + EI_2 \lambda_j^4 \rho_{2j} + c(\dot{\rho}_{2j} - \dot{\rho}_{1j}) = 0 \quad (j=1, 2, \dots, N)$$

ここで、 λ_j は j 次の固有値である。また式(3)はFig. 2に示す2質量2ばね系の運動方程式と同一である。すなわち対象系の j 次モードがFig. 2に示すモデルの挙動で表されることを示している。

3. 2質量2ばね系における動吸振器の最適化

式(3)の振動変位を次のように表す。

$$\rho_{1j} = A_1 \exp(i\omega_0 t), \quad \rho_{2j} = A_2 \exp(i\omega_0 t) \quad (4)$$

ρ_{1j} 及び ρ_{2j} の実振幅を A_{r1} 、 A_{r2} とすると主振動系と副振動系の無次元2乗振幅は式(5)で表される。

$$Y_1^2 = (A_{r1}/Y_{ST}) = D_1/N$$

$$Y_2^2 = (A_{r2}/Y_{ST}) = D_2/N \quad (5)$$

$$\text{ただし、} D_1 = (f^2 - g^2)^2 + 4f^2 g^2 (C_2/Cc)^2$$

$$D_2 = 4f^2 g^2 (C_2/Cc)^2$$

$$N = \{(1 - g^2)(f^2 - g^2)\}^2 + 4f^2 g^2 (C_2/Cc)^2 \{- (1 + \mu)g^2 + 1 + \mu f^2\}^2$$

$$v_{st} = P \phi_j(a) / k_1, \quad f = \nu_3 / \nu_1, \quad g = \omega_0 / \nu_1, \quad h = a_2 / \nu_1, \quad \mu = m_2 / m_1,$$

$$\nu_1^2 = k_1 / m_1, \quad \nu_3^2 = k_3 / m_2, \quad 2a_2 = C_2 / m_2, \quad Cc = 2m_2 \nu_3 \quad (\text{臨界減衰係数})$$

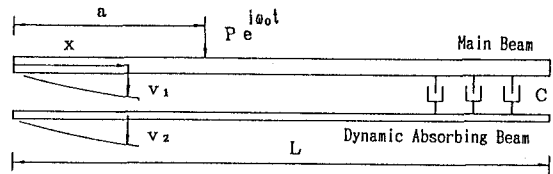


Fig. 1 荷重と座標

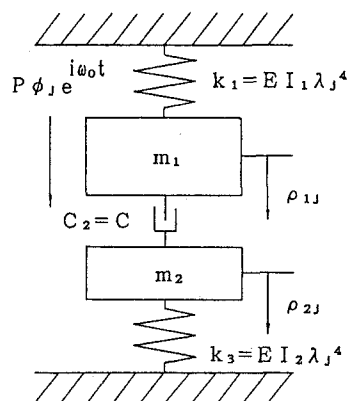


Fig. 2 2質量2ばね系

式(5)の μ , f , g , C_2/C_c 変化させることにより2質量2ばね系における制振効果を調べる。
今、 $\mu=0.2$, $f=0.4$ として C_2/C_c を変化させた場合の共振曲線($g-Y_1$)を描くとFig. 3に示され、次に共振曲線における極大値 Y_{1max} と f の各値に対して求め、その関係をFig. 4に示す。

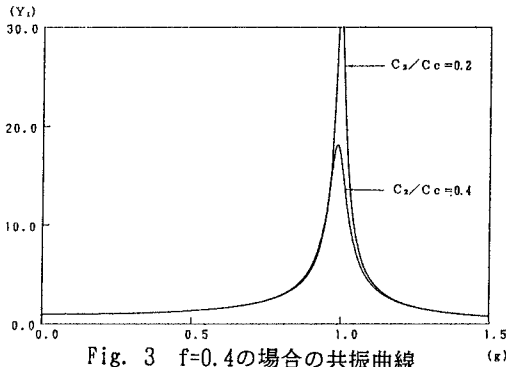


Fig. 3 $f=0.4$ の場合の共振曲線

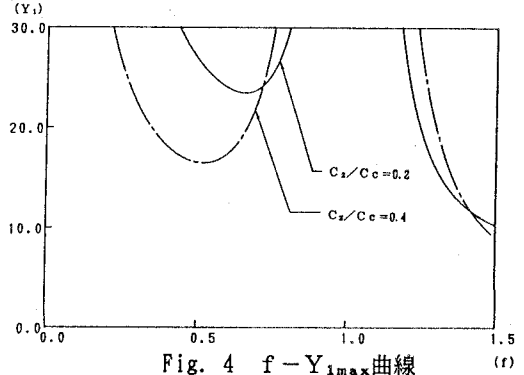


Fig. 4 $f-Y_{1max}$ 曲線

Fig. 4より明らかに、 $f=1$ 近傍で Y_1 は極大を示し、主振動系の制振に当たっては避けなければならない。 $f>1$ に対しては Y_1 は減少するが、動吸振器としては一般に、主振動系より極めて小規模であることを考えると、 $f<1$ の場合が動吸振器の調整に関係する領域である。そこで本研究では、 $f<1$ の範囲についてFig. 4に示す極小値 Y_{1min} をもとめた。計算方法は、まずこの二つの図より明らかなように、与えられた質量比 μ 減衰比 C_2/C_c に対して Y_1 が最大値 Y_{1max} をとり、 f の変動に伴って Y_{1max} が極小値をとる場合の f , g を求めた。この最適解を求める方法としてニュートン・ラフソン法を適用した。 $\mu=0.2$ の場合の計算結果をTable 1に示す。

4. 動吸振りの設計 周期荷重の励振振動数がはりの j 次モードの固有振動数に近いと j 次モードが卓越するので、この j 次モードに注目した設計条件式とその順序を示す。①質量比 μ 及び減衰比 C_2/C_c を決める。②Table 1を用いて f , g を求める。③連結ダンパーの減衰係数及び動吸振りの曲げ剛性を式(7)、(8)から求める。

5. 計算例 Table 1の諸元を持つ片持ちばりを対象とし、1次モードに対して $\mu=0.2$, $C_2/C_c=0.4$ とした場合の動吸振りの設計を行なった。その結果、動吸振りの諸元はTable 2に示される通りである。基準座標 ρ_{1j} の共振曲線はFig. 5に示される通りである。

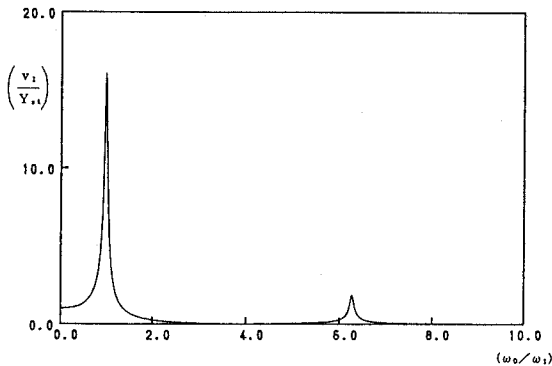


Fig. 5 共振曲線

Table 1 固有振動数比の値 ($\mu=0.2$)

減衰比(c_2/c_c)	固有振動数比(f)
0.05	0.84386
0.10	0.76756
0.20	0.65658
0.30	0.58022
0.40	0.52144
0.50	0.47402

$$m_2 = \mu m_1 \quad (6)$$

$$EI_2 = \mu f^2 EI_1 \quad (7)$$

$$C = 2(C_2/C_c) \sqrt{m_2 EI_2 \lambda_j^4} \quad (8)$$

Table 2 主ばりの諸元

$L=30.5(m)$, $m_1=2.07 \times 10^3 (Ns^2/m^2)$

$EI_1=3.44 \times 10^8 (Nm^2)$, $P=9800 (N)$

Table 3 動吸振りの諸元

$m_2=4.14 \times 10^2 (Ns^2/m^2)$, $C_2=26.6 (Ns/m^2)$

$EI_2=1.87 \times 10^7 (Nm^2)$