

I-453

集中質量系におけるはり構造物の動吸振りによる振動制御

山口大学 学生員 鈴木章公

山口大学 学生員 長迫大喜

山口大学 正 員 曾田忠義

1. まえがき 現在、主振動系はり構造物の振動を制御するために、様々な動吸振装置が用いられている。本研究は、等分布質量系のはり構造物の動吸振りによる制振法を、集中質量系のはり構造物の制振に応用すると共に、近似的な取り扱い法を示し、その制振効果と妥当性を明らかにする。

2. はりの運動方程式 Fig.1に示す主はり

(Main Beam 以下MB)と動吸振り(Dynamic Absorbing Beam 以下DAB)の*i*節点の運動方程式は次式で表される。

式中、 M_i, m_i : MB, DABの*i*節点の集中質量

y_{1i}, y_{2i} : MB, DABの*i*節点の振動変位

$Y_{1r}, Y_{1l}, y_{1r}, y_{1l}$: MB, DABの*i*節点の右側、左側のせん断力 Fig.1

J_i, j_i : MB, DABの*i*節点の慣性モーメント、 θ_{1i}, θ_{2i} : MB, DABの*i*節点の回転角

$M_{z1r}, M_{z1l}, m_{z1r}, m_{z1l}$: MB, DABの*i*節点の右側、左側の曲げモーメントである。

[MBの*i*節点の運動方程式]

$$M_i \ddot{y}_{1i} + c_{iy} (\dot{y}_{1i} - \dot{y}_{2i}) + Y_{1r} + Y_{1l} + k_{iy} (y_{1i} - y_{2i}) = P_i e^{i\omega t}$$

$$J_i \ddot{\theta}_{1i} + c_{i\theta} (\dot{\theta}_{1i} - \dot{\theta}_{2i}) + M_{z1r} + M_{z1l} + k_{i\theta} (\theta_{1i} - \theta_{2i}) = 0 \quad (1)$$

[DABの*i*節点の運動方程式]

$$m_i \ddot{y}_{2i} - c_{iy} (\dot{y}_{1i} - \dot{y}_{2i}) + y_{1r} + y_{1l} - k_{iy} (y_{1i} - y_{2i}) = 0$$

$$j_i \ddot{\theta}_{2i} - c_{i\theta} (\dot{\theta}_{1i} - \dot{\theta}_{2i}) + m_{z1r} + m_{z1l} - k_{i\theta} (\theta_{1i} - \theta_{2i}) = 0 \quad (2)$$

式(1)、(2)をMB及びDABの各節点に適用してマトリックス表示すると次式となる。

[構造系全体の運動方程式]

$$[M] \ddot{\dot{D}} + [c] \{\dot{D}\} - \{\dot{d}\} + [K] \{D\} + [k] \{D\} - \{d\} = \{P\} e^{i\omega t}$$

$$[m] \ddot{\dot{d}} + [c] \{\dot{d}\} - \{\dot{D}\} + [\kappa] \{d\} + [k] \{d\} - \{D\} = 0 \quad (3)$$

ここで、 $[c] = \epsilon_o [M]$ 、 $[k] = \epsilon_k [M]$ とする。

MBとDABの境界条件が等しいことから、二つのはりは固有値 ω は異なるものの、固有ベクトルは同値となる。従って、MB及びDABの振動変位ベクトル $[D]$ 及び $[d]$ はMBの正規化された固有マトリックスを $[\phi]$ とし、基準座標 $[Q]$ 及び $[q]$ で示すとき次式で表される。

$$\{D\} = [\phi] [Q] \quad , \quad \{d\} = [\phi] [q] \quad (4)$$

ここで、式(3)に式(4)を代入し、さらに左から $[\phi]^T$ をかけると次式を得る。

$$[\bar{M}] \ddot{\dot{Q}} + [\bar{K}] [Q] + [\bar{c}] \{\dot{Q}\} - \{\dot{q}\} + [\bar{k}] \{Q\} - \{q\} = \{P^*\} e^{i\omega t}$$

$$[\bar{m}] \ddot{\dot{q}} + [\bar{\kappa}] [q] + [\bar{c}] \{\dot{q}\} - \{\dot{Q}\} + [\bar{k}] \{q\} - \{Q\} = 0 \quad (5)$$

ここで、 $[\bar{c}] = \epsilon_o [\bar{M}]$ 、 $[\bar{k}] = \epsilon_k [\bar{M}]$ とする。

式(5)中のマトリックス $[\bar{M}]$ 、 $[\bar{K}]$ 、 $[\bar{m}]$ 及び $[\bar{\kappa}]$ は、直交条件により対角マトリックスとなる。その結果、式(5)は各モードについて分離され、次のように表される。

$$\begin{aligned} \bar{M}_i \ddot{Q}_i + \bar{K}_i Q_i + \epsilon_c \bar{M}_i (\dot{Q}_i - \dot{q}_i) + \epsilon_k \bar{M}_i (Q_i - q_i) &= P_i \cdot e^{i\omega t} \\ \bar{m}_i \ddot{q}_i + \bar{\kappa}_i q_i + \epsilon_c \bar{M}_i (\dot{q}_i - \dot{Q}_i) + \epsilon_k \bar{M}_i (q_i - Q_i) &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

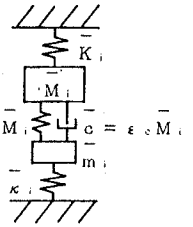


Fig. 2

従って、本研究のFig.1に示す振動系の*i*次モードについてはFig.2に示す2質量3ばね系に置換されたことになる。よって、MBの基準座標 Q_i を小さくすることにより*i*次振動を制振することができる。

3. MB・DABの近似的モデル化 集中質量系モデルでは各節点で鉛直ばね・ダンパーと回転ばね・ダンパーによりMBとDABを連結しているが、実用的にするために回転ばね・ダンパーを省略した近似的モデルを考える。運動方程式は式(1)、(2)において $(\theta_{1i} - \theta_{2i})$ 及び $(\theta_{1i} - \theta_{2i})$ の項を削除したものになる。よって、構造系全体の運動方程式は式(3)においてマトリックス $[c]$ 、 $[k]$ が質量マトリックスの実数倍にならず、式(5)において $[\bar{c}] = c[\alpha]$ 、 $[\bar{k}] = k[\alpha]$ に置き換えた形になる。ここで、マトリックス $[\alpha]$ は対角マトリックスではない。しかし、 $[\alpha]$ の対角要素 α_{ii} が他の要素 α_{ij} に比べて比較的大きいことに注目して、今、近似的な取り扱いをして対角マトリックスと置くと、各モードについて分離され、次のように表される。

$$\begin{aligned} \bar{M}_i \ddot{Q}_i + c \alpha_{ii} (\dot{Q}_i - \dot{q}_i) + \bar{K}_i Q_i + k \alpha_{ii} (Q_i - q_i) &= P_i \cdot e^{i\omega t} \\ \bar{m}_i \ddot{q}_i + c \alpha_{ii} (\dot{q}_i - \dot{Q}_i) + \bar{\kappa}_i q_i + k \alpha_{ii} (q_i - Q_i) &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

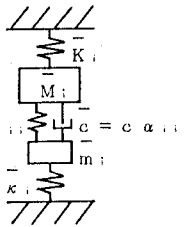


Fig. 3

式(7)は、Fig.3に示す2質量3ばね系の運動方程式と同一である。

これは、対象系の*i*次モードがFig.3に示すモデルの挙動で表されることを示す。

5. DABの最適調整法 主振動系の*i*次の固有振動数に近い外力が作用し、*i*次モードが卓越する場合を想定し、ここでは、*i*次モードの振動変位を制御する場合を考える。以下に*i*次モードに注目した設計条件式とその順序を示す。①質量比 μ を決める。②MBの基準座標の制限振幅 Y_{1P} を決める。③連結ばねの係数 k 、ダンパーの減衰係数 c 及びDABの曲げ剛性 $\bar{\kappa}_i$ をそれぞれ式(8)、(9)及び(10)から求める。

$$\bar{\kappa}_i = \bar{K}_i \mu \left(1 - \frac{1}{Y_{1P}} \sqrt{\frac{2+\mu}{\mu}} \right) \quad (8)$$

$$k = \frac{(1 - f_s^2) \bar{K}_i \mu}{(1 + \mu)^2} \quad (9)$$

$$c = \sqrt{4 h^2 m_i^2 \bar{K}_i / M_i} \quad (10)$$

6. 計算例 Table1の諸元を持つ片持ちばりを対象とし、1次モードに対して $\mu=0.2$ 、 $Y_{1P}=4.0$ として動吸振ばりを設計した。その結果Table2の動吸振ばりが得られた。先端たわみの共振曲線はFig.4に示される通りである。

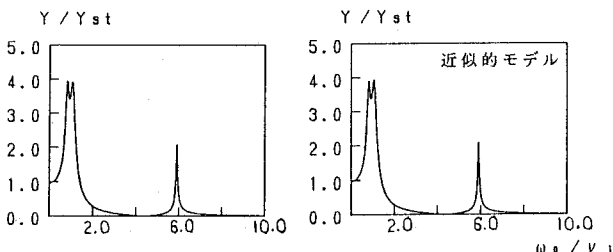


Fig. 4

Table 1 主ばりの諸元	
$L=30.5(\text{m})$	$m_1=2.07 \cdot 10^3 (\text{Ns}^2/\text{m}^2)$
$K_1=3.44 \cdot 10^{12} (\text{Nm}^2)$	$P=9800(\text{N})$

Table 2 動吸振ばりの諸元	
$m_2=4.14 \cdot 10^2 (\text{Ns}^2/\text{m}^2)$	$\kappa_1=6.27 \cdot 10^{-4} (\text{Nm}^2)$
$k=21.15 \cdot 10^4 (\text{N/m}^2)$	$c=8.21 \cdot 10^2 (\text{Ns}^2/\text{m})$