

I-451

有限個の連結ばね・ダンパーを有する動吸振りによるはり構造物の振動制御

山口大学 正 員 小川記央

山口大学 正 員 會田忠義

1. まえがき はり構造物に対する受動的制振装置の1つである、分布質量・分布剛性をもつはりとして等しく分布した連結ばね・ダンパーを有する動吸振りについて、これまでにその制振理論及び制振効果が明らかにされてきたが¹⁾、本研究では実構造物に適用するための1つの試みとして、有限個の連結ばね・ダンパーを有する場合を想定し、その制振理論及び制振効果を示し、動吸振りの実用化の可能性を明らかにする。

2. 運動方程式とモード方程式

Fig.1に示す対象ばり(Main Beam, MB)と動吸振り(Dynamic Absorbing Beam, DAB)の運動方程式は式(1)及び(2)で表される。式中、 m_1, m_2 ：対象ばりと動吸振りの単位長さ質量、 EI_1, EI_2 ：対象ばりと動吸振りの曲げ剛性、 δ ：Diracの δ 関数である。 $(\dot{}) = \partial/\partial t$, $()' = \partial/\partial x$ 。

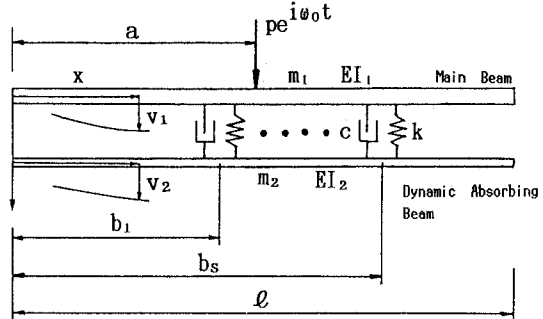


Fig.1 解析モデル

$$m_1 \ddot{v}_1 + EI_1 v_1''' + c(\dot{v}_1 - \dot{v}_2) \cdot \sum_{s=1}^S \delta(x - b_s) + k(v_1 - v_2) \cdot \sum_{s=1}^S \delta(x - b_s) = p e^{i\omega_0 t} \cdot \delta(x - a) \quad (1)$$

$$m_2 \ddot{v}_2 + EI_2 v_2''' + c(\dot{v}_2 - \dot{v}_1) \cdot \sum_{s=1}^S \delta(x - b_s) + k(v_2 - v_1) \cdot \sum_{s=1}^S \delta(x - b_s) = 0 \quad (2)$$

対象ばりと動吸振りの境界条件が同一であることから、両はりの固有関数は同一な関数で表される。ここで、Modal analysisの手法を応用し、 i 次モードの固有関数を $\phi_i(x)$ で表すと、両はりの振動変位は次式で与えられる。

$$v_1 = \sum_{i=1}^N \rho_{1i}(t) \phi_i(x), \quad v_2 = \sum_{i=1}^N \rho_{2i}(t) \phi_i(x) \quad (3)$$

式(3)を式(1)及び(2)に代入し、固有関数の直交条件を用いて整理すると、式(4)及び(5)のモード方程式を得る。式中、 λ_j ： j 次振動の固有値。

$$m_1 \ddot{\rho}_{1j} + EI_1 \lambda_j^4 \rho_{1j} + c \sum_{i=1}^N \Phi_{ij} (\dot{\rho}_{1i} - \dot{\rho}_{2i}) + k \sum_{i=1}^N \Phi_{ij} (\rho_{1i} - \rho_{2i}) = p \phi_j(a) \cdot e^{i\omega_0 t} \quad (4)$$

$$m_2 \ddot{\rho}_{2j} + EI_2 \lambda_j^4 \rho_{2j} + c \sum_{i=1}^N \Phi_{ij} (\dot{\rho}_{2i} - \dot{\rho}_{1i}) + k \sum_{i=1}^N \Phi_{ij} (\rho_{2i} - \rho_{1i}) = 0 \quad (5)$$

($j=1, 2, \dots, N$)

ここで、 $\Phi_{ij} = \sum_{s=1}^S \phi_i(b_s) \phi_j(b_s)$ 。

3. モード方程式の簡略化と2質量3ばね系置換モデル

式(4)及び(5)から明かなように、各モード間が非連成にならないことがわかる。ここで式中の Φ_{ij} に注目すると、 $i=j$ の場合の値に比べて $i \neq j$ の値は小さくなることから、本研究では $i=j$ となる要素(Φ_{jj})のみ考慮することにより近似的に2質量3ばね系モデルに置換し、2質量3ばね系モデルの最適調整条件¹⁾を適用することにした。置換モデルをFig.2に示す。

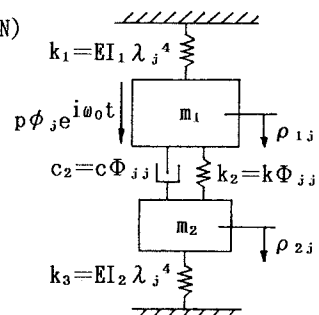


Fig.2 近似2質量3ばね系モデル

4. 動吸振ばりの設計 j 次モードの制振に注目した場合、質量比 μ と対象ばりの基準座標 ρ_{1j} の無次元最大振幅 Y_{1P} が与えられたときの連結ばねのばね定数 k 、連結ダンパーの減衰係数 c 及び動吸振ばりの曲げ剛性 EI_2 はそれぞれ次式で与えられる。

$$k = EI_1 \lambda_j^4 \frac{\sqrt{\mu(2+\mu)}}{(1+\mu)^{3/2} Y_{1P} \Phi_{jj}} \quad (6) \quad c = \frac{2\mu \sqrt{m_1 h^2 EI_1 \lambda_j^4}}{\Phi_{jj}} \quad (7)$$

$$EI_2 = EI_1 \mu \left(1 - \frac{1}{Y_{1P}} \sqrt{\frac{2+\mu}{\mu}} \right) \quad (8) \quad h^2 = (h_p^2 + h_q^2)/2 \quad (9)$$

$$\text{ここで、} \left. \begin{aligned} h_p^2 \\ h_q^2 \end{aligned} \right\} = \frac{(3+2\mu) \mp 2\sqrt{\mu(2+\mu)}}{4(1+\mu)^3 Y_{1P} \{ (1+\mu) Y_{1P} - \sqrt{\mu(2+\mu)} \mp 1 \}}$$

5. 適用例 Table.1の諸元をもつFig.3に

示すような設計モデル(一端固定他端自由ばり)を想定し、1次モード制振に対して設計条件 $\mu=0.1$, $Y_{1P}=5.7$ に設定した場合の動吸振ばりの設計値をTable.2に示す。ここで調査結果として自由端加振時のその同一点における変位応答倍率の共振曲線をFig.4に示す。図中、縦

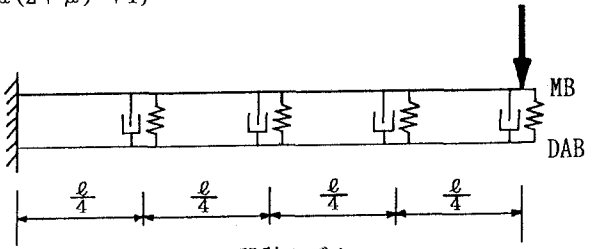


Fig.3 設計モデル

軸は静的変位に対する動変位の最大値の比である。さらに比較のため、連結ばね・ダンパーが等しく分布した場合の動吸振ばりの設計値(理論値)をTable.3に、共振曲線をFig.5に示した。図を比較してみると理論値と大差がないことから、動吸振ばりは実構造物にも十分適用可能であることが認められた。

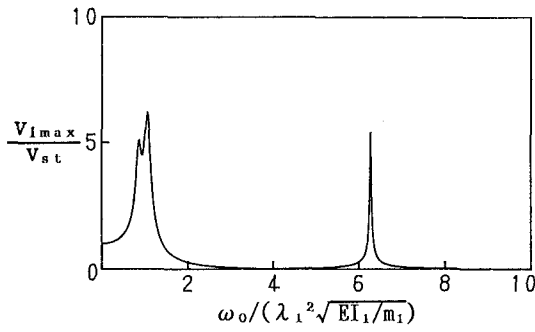


Fig.4 共振曲線

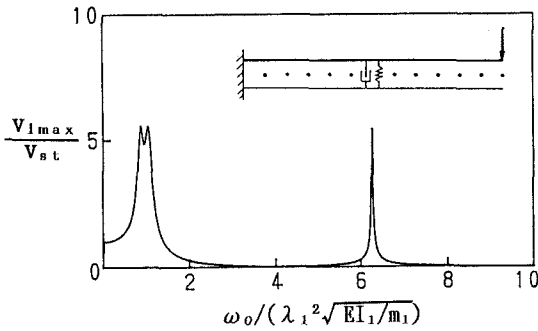


Fig.5 共振曲線 (理論値)

Table.1 対象ばりの諸元

$l = 30.5(\text{m})$, $m_1 = 2.07 \times 10^3 (\text{Ns}^2/\text{m}^2)$
 $EI_1 = 3.44 \times 10^8 (\text{Nm}^2)$, $p = 9800(\text{N})$

Table.2 動吸振ばりの設計値

$m_2 = 2.07 \times 10^2 (\text{Ns}^2/\text{m}^2)$, $k = 1.60 \times 10^3 (\text{N/m})$
 $c = 4.16 \times 10^2 (\text{Ns/m})$, $EI_2 = 6.74 \times 10^6 (\text{Nm}^2)$

Table.3 動吸振ばりの設計値 (理論値)

$m_2 = 2.07 \times 10^2 (\text{Ns}^2/\text{m}^2)$, $k = 0.33 \times 10^3 (\text{N/m}^2)$
 $c = 0.85 \times 10^2 (\text{Ns/m}^2)$, $EI_2 = 6.74 \times 10^6 (\text{Nm}^2)$

【参考文献】

- 1) 會田・石川・戸田:動吸振ばりによる単一ばりの振動制御について、第45回土木学会年次学術講演会講演概要集1, pp.1002~1003, (1990.10)