

## I-438 連続桁橋の鉛直たわみ基本固有振動数を推定するための実用算定式について

川田工業㈱ 正 員 ○米田昌弘

川田工業㈱ 正 員 宮地真一

## 1. まえがき

近年における目覚ましい橋梁技術の進展により、連続鋼箱桁橋について言えば、最大級のものはすでに中央支間長が200mを越えるに至っている。その結果、吊橋や斜張橋に加え、長支間の連続桁橋に対しても初期の設計段階から耐風安定性について検討する機会が増加している。本文は、橋梁構造物に対する耐風性評価式が整備されつつある現状を考慮し、2径間および3径間連続桁橋の鉛直たわみ基本固有振動数を比較的簡単にしかも比較的精度良く推定できる実用算定式を提案するものである。

## 2. 固有振動数を推定するための実用算定式

2径間および3径間連続桁の鉛直たわみ基本固有振動数は、全長が等しい単純桁の鉛直たわみ基本固有振動数に、中間支点の設置による振動数の増加を表す補正係数 $C_v(L_s/L_T)$ 、さらには、可動支承が設計条件通りの挙動を示さない場合に考慮する、水平移動拘束による振動数の増加を表す補正係数 $C_s(P_s)$ を、それぞれ乗じた次式で推定できる。

$$f_n = \frac{\pi}{2 \cdot L_T^2} \sqrt{\frac{g \cdot EI_{0q}}{w_{0q}}} \cdot C_v(L_s/L_T) \cdot C_s(P_s) \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $f_n$ は2径間および3径間連続桁の鉛直たわみ基本固有振動数、 $g$ は重力加速度、 $L_T$ は全桁長、 $L_s$ は側支間長である。また、 $I_{0q}$ と $w_{0q}$ は、それぞれ、主径間中央でのモード振幅の最大値が1.0、側径間中央でのモード振幅の最大値が $\phi_s^{max}$ なる振動モード（正弦波）を用いて計算した、等価断面2次モーメントと単位長さ当りの等価重量である。なお、 $\phi_s^{max}$ は、 $L_c$ を主径間の支間長とすれば、次式で近似できる。

$$\phi_s^{max} = (L_s/L_c) \{1.433 \times (L_s/L_c) - 2.353 \times (L_s/L_c)^2 + 1.920 \times (L_s/L_c)^3\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

補正係数 $C_v(L_s/L_T)$ は、2径間および3径間連続桁とこれらと全長の等しい単純桁の鉛直たわみ基本固有振動数の比較結果に最小二乗法を適用して算出した。また、補正係数 $C_s(P_s)$ は、式(3)に示す無次元パラメータ $P_s$ を導入し、すべての可動支承部で水平移動を拘束した場合と設計条件通りの挙動を示すとした場合の鉛直たわみ基本固有振動数の比較結果に最小二乗法を適用して算出した。その結果を表-1にまとめる。

$$P_s = A \times h^2 / I_{0q} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $A$ は主桁の断面積、 $h$ は主桁の中立軸から可動支承部までの高さを表す。

## 3. 数値計算例

数値計算例で対象とする2径間および3径間連続桁モデルをそれぞれ図-1、-2に示す。また、仮定した主桁の曲げ剛性と単位重量の分布形状およびこれらを用いて計算した等価断面2次モーメント $I_{0q}$ と等価重量

表-1 補正係数 $C_v(L_s/L_T)$ 、 $C_s(P_s)$ の算定方法

|                 | 補正係数, $C_v(L_s/L_T)$                                                                                                                                                                                                                 | 補正係数, $C_s(P_s)$                                                                                                                                                                                                                           |
|-----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2 連続<br>径間<br>桁 | $C_v(L_s/L_T) = 1.492 + 4.761 \times (L_s/L_T) - 23.18 \times (L_s/L_T)^2$ $+ 99.01 \times (L_s/L_T)^3 - 102.6 \times (L_s/L_T)^4 \quad \dots\dots (4)$ <p style="text-align: center;">( 0.10 ≤ <math>L_s/L_T</math> ≤ 0.50 )</p>    | $C_s(P_s) = 1.0 + (C_s^*(P_s) - 1) \times \{2 \times (L_s/L_T)\}^{5/2} \dots\dots (6)$ <p>ここに、</p> $C_s^*(P_s) = 0.700 \times (P_s + 0.150)^{0.29} + 0.600 \quad (0 \leq P_s < 10)$ $0.011 \times P_s + 1.860 \quad (10 \leq P_s \leq 20)$ |
| 3 連続<br>径間<br>桁 | $C_v(L_s/L_T) = 1.974 + 22.39 \times (L_s/L_T) - 219.8 \times (L_s/L_T)^2$ $+ 1249.0 \times (L_s/L_T)^3 - 1792.0 \times (L_s/L_T)^4 \quad \dots\dots (5)$ <p style="text-align: center;">( 0.10 ≤ <math>L_s/L_T</math> ≤ 0.333 )</p> | $C_s(P_s) = 1.0 + (C_s^*(P_s) - 1) \times \{3 \times (L_s/L_T)\}^{5/2} \dots\dots (7)$ <p>ここに、</p> $C_s^*(P_s) = 0.700 \times (P_s + 0.150)^{0.29} + 0.600 \quad (0 \leq P_s < 10)$ $0.011 \times P_s + 1.860 \quad (10 \leq P_s \leq 20)$ |

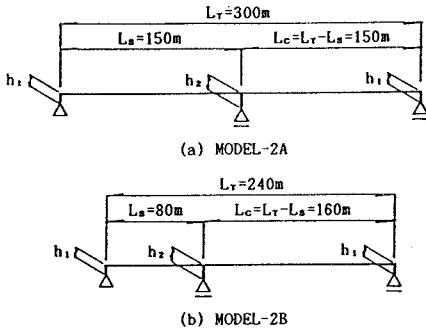


図-1 2径間連続行モデル

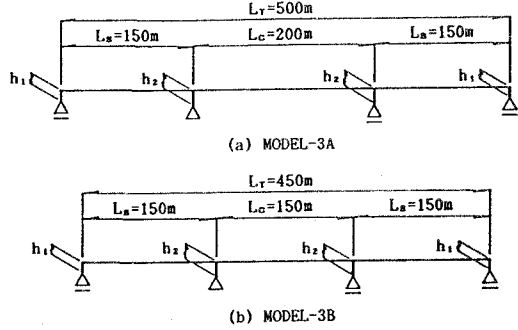


図-2 3径間連続行モデル

表-2 2径間および3径間連続行モデルの等価断面2次モーメント $I_{eq}$ と等価重量 $w_{eq}$

| Model | 断面2次モーメントの仮定値 ( $m^4$ ) |       |        | 重量の仮定値 ( $t/m$ ) |        |        | $I_{eq}$<br>( $m^4$ ) | $w_{eq}$<br>( $t/m$ ) | 仮定した1とwの分布形状      |
|-------|-------------------------|-------|--------|------------------|--------|--------|-----------------------|-----------------------|-------------------|
|       | ①                       | ②     | ③      | ①                | ②      | ③      |                       |                       |                   |
| 2     | 2A                      | 2.000 | 12.000 | 2.000            | 12.000 | 18.000 | 7.000                 | 15.000                | 直線変化<br>① ② ③     |
| 径     | 2A                      | 1.500 | 8.500  | 1.500            | 8.000  | 12.000 | 5.000                 | 10.000                |                   |
| 間     | 2A                      | 1.000 | 5.000  | 1.000            | 4.000  | 6.000  | 3.000                 | 5.000                 |                   |
| 連     | 2B                      | 1.500 | 11.500 | 2.500            | 10.000 | 16.000 | 6.992                 | 14.967                |                   |
| 続     | 2B                      | 1.200 | 8.000  | 2.000            | 7.500  | 10.500 | 4.993                 | 9.993                 |                   |
| 桁     | 2B                      | 1.000 | 4.500  | 1.500            | 3.500  | 5.500  | 2.996                 | 4.992                 |                   |
| 3     | 3A                      | 2.000 | 12.000 | 5.000            | 12.000 | 18.000 | 7.082                 | 15.158                | 直線変化<br>① ② ③ ② ① |
| 径     | 3A                      | 1.500 | 8.500  | 3.700            | 8.000  | 12.000 | 5.112                 | 10.087                |                   |
| 間     | 3A                      | 1.000 | 5.000  | 2.400            | 4.000  | 6.000  | 3.142                 | 5.070                 |                   |
| 連     | 3B                      | 2.000 | 12.000 | 3.500            | 12.000 | 18.000 | 6.691                 | 14.954                |                   |
| 続     | 3B                      | 1.500 | 8.500  | 2.700            | 8.000  | 12.000 | 4.819                 | 9.969                 |                   |
| 桁     | 3B                      | 1.000 | 5.000  | 1.800            | 4.000  | 6.000  | 2.923                 | 4.985                 |                   |

表-3 2径間および3径間連続行モデルに対する解析値と推定値の比較

(a) 可動支承が鉛直通りの挙動を示す場合

|                            | Model | $I_{eq}$  | $w_{eq}$  | 固有振動数 (Hz) |       | 誤差(%) |
|----------------------------|-------|-----------|-----------|------------|-------|-------|
|                            |       | ( $m^4$ ) | ( $t/m$ ) | 解析値        | 推定値   |       |
| 2<br>径<br>間<br>連<br>続<br>桁 | 2A    | 7.000     | 15.000    | 0.659      | 0.691 | + 4.9 |
|                            | 2A    | 5.000     | 10.000    | 0.680      | 0.715 | + 5.1 |
|                            | 2A    | 3.000     | 5.000     | 0.752      | 0.784 | + 4.3 |
| 3<br>径<br>間<br>連<br>続<br>桁 | 2B    | 6.992     | 14.967    | 0.755      | 0.776 | + 2.8 |
|                            | 2B    | 4.993     | 9.983     | 0.783      | 0.803 | + 2.6 |
|                            | 2B    | 2.996     | 4.992     | 0.866      | 0.879 | + 1.5 |
| 3<br>径<br>間<br>連<br>続<br>桁 | 3A    | 7.082     | 15.158    | 0.511      | 0.500 | - 2.2 |
|                            | 3A    | 5.112     | 10.087    | 0.532      | 0.522 | - 1.9 |
|                            | 3A    | 3.142     | 5.070     | 0.586      | 0.576 | - 1.7 |
|                            | 3B    | 6.691     | 14.954    | 0.647      | 0.680 | + 5.1 |
|                            | 3B    | 4.819     | 9.969     | 0.674      | 0.707 | + 4.9 |
|                            | 3B    | 2.923     | 4.985     | 0.746      | 0.779 | + 4.4 |

(b) 可動支承の水平移動を拘束した場合

| No. | Model | $I_{eq}$  | $w_{eq}$  | $h_1$   | $h_2$   | 断面慣性      | 固有振動数 ( $H_z$ ) |       | 誤差(%) |
|-----|-------|-----------|-----------|---------|---------|-----------|-----------------|-------|-------|
|     |       | ( $m^4$ ) | ( $t/m$ ) | ( $m$ ) | ( $m$ ) | ( $m^4$ ) | 解析値             | 推定値   |       |
| 2   | 2A    | 7.000     | 15.000    | 3.500   | 5.250   | 1.800     | 1.134           | 1.190 | + 4.9 |
| 徑   | 2A    | 5.000     | 10.000    | 3.500   | 5.500   | 1.200     | 1.187           | 1.228 | + 3.5 |
|     | 2A    | 3.000     | 5.000     | 3.500   | 6.000   | 0.600     | 1.291           | 1.328 | + 2.9 |
| 間   | 2B    | 6.992     | 14.967    | 3.500   | 4.750   | 1.800     | 1.065           | 0.968 | - 9.1 |
|     | 2B    | 4.993     | 9.983     | 3.500   | 5.000   | 1.200     | 1.100           | 1.001 | - 9.0 |
| 連   | 2B    | 2.996     | 4.992     | 3.500   | 5.500   | 0.600     | 1.196           | 1.090 | - 8.9 |
|     | 3A    | 7.082     | 15.158    | 3.500   | 5.250   | 1.800     | 0.807           | 0.776 | - 3.8 |
| 徑   | 3A    | 5.112     | 10.087    | 3.500   | 5.500   | 1.200     | 0.843           | 0.805 | - 4.5 |
|     | 3A    | 3.142     | 5.070     | 3.500   | 6.000   | 0.600     | 0.928           | 0.877 | - 5.5 |
| 間   | 3B    | 6.691     | 14.954    | 3.500   | 4.750   | 1.800     | 1.151           | 1.155 | + 0.3 |
|     | 3B    | 4.819     | 9.969     | 3.500   | 5.000   | 1.200     | 1.197           | 1.196 | - 0.1 |
| 連   | 3B    | 2.923     | 4.985     | 3.500   | 5.500   | 0.600     | 1.307           | 1.299 | - 0.6 |
|     |       |           |           |         |         |           |                 |       |       |

$w_{eq}$ を表-2に示す。MODEL-2A、-2BおよびMODEL-3A、-3Bに対し、支承が設計条件どおりの挙動を示すとした場合（1ヶ所が回転支点、その他は可動支点とした場合）の固有振動数解析結果と本文で提案した実用算定式による推定値を比較して表-3(a)に示す。また、可動支承部の水平方向の移動が完全に拘束された場合（すべての支承を回転支点とした場合）の固有振動数解析結果と実用算定式による推定値を比較して表-3(b)に示す。これらの結果より、いずれの場合においても、両者の鉛直たわみ基本固有振動数は比較的良く一致していることが理解できよう。それゆえ、本文で提案した実用算定式は、初期の設計段階で概略の耐風性を検討するような場合には有用なものと考えられる。