

埼玉大学大学院 菊地昭仁

埼玉大学工学部

奥井義昭 秋山成興

川崎重工業(株) 水上義彦

長岡技術科学大学 長井正嗣

1. まえがき

斜張橋などの桁・ケーブル系の連成振動解析を行う場合、ケーブルに質点を設けた解析が一般に行われる。その際、ケーブルの質点数を増大させると、全体の自由度数およびバンド幅が大幅に増大する問題が生じる。そこで、ケーブルの物理座標をモード座標に変換した解析法を検討することとし、本文では、ケーブル単体の振動について、モード縮約法の適用性を検討することとした。

2. 縮約法

ケーブルの自由振動方程式は、質量マトリックス[M]、剛性マトリックス[K]および全節点の変位ベクトル{d}を用いて、次のように表せる。

$$[M]\{\ddot{d}\} + [K]\{d\} = \{0\} \quad \dots(1)$$

剛性マトリックスを以下のように分解する。

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{1x} \\ d_{1y} \\ d_{1z} \end{Bmatrix}$$

ここで、ベクトル {d_i} は内部節点のすべての自由度の変位ベクトルを表す。(図-1 参照)

支点移動による内部節点の変位を次のように定義する。

$$\begin{aligned} \{d_{1e}\} &= -[K_{22}]^{-1}[K_{21}]\{d_1\} \\ &\quad -[K_{22}]^{-1}[K_{23}]\{d_n\} \\ &= [T_1]\{d_1\} + [T_n]\{d_n\} \quad \dots(2) \end{aligned}$$

ただし、

$$[T_1] = -[K_{22}]^{-1}[K_{21}], [T_n] = -[K_{22}]^{-1}[K_{23}]$$

とする。

次に支点を固定したケーブルの固有値解析を行い、求めたモード座標より成るマトリックス[Φ]を用いて、内部節点の変位を両端の変位とモード座標に対応する一般化変位{φ}を用いて表示する。

$$\begin{aligned} \{d_1\} &= [T_1]\{d_1\} + [T_n]\{d_n\} \\ &\quad + [\Phi]\{\phi\} \quad \dots(3) \end{aligned}$$

支点を固定した固有値解析で求めるモードの個数(以下縮約モード数と呼ぶ)は、低次から数個の次数までとするため、(3)式により内部節点の自由度を低減することができる。

このとき、節点変位ベクトルは、縮約のための変換マトリックス[T]を用いて表すと以下ようになる。

$$\{d\} = [T]\{d'\} = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ T_1 & T_n & \Phi \\ 0 & I & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_n \\ \phi \end{Bmatrix} \quad \dots(4)$$

ここで、[I]は単位マトリックスを表す。(4)式を(1)式に代入して整理すれば自由振動方程式は次のように縮約される。

$$[T]^T[M][T]\{\ddot{d}'\} + [T]^T[K][T]\{d'\} = \{0\} \quad \dots(5)$$

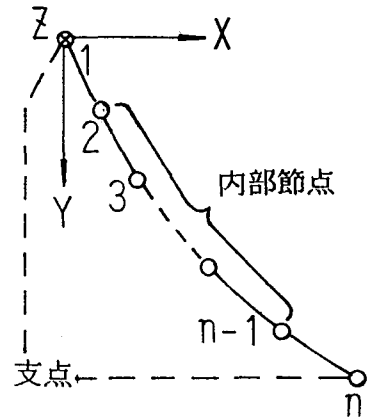


図-1 モデル図

$$\{d_1\} = \begin{Bmatrix} d_{1x} \\ d_{1y} \\ d_{1z} \end{Bmatrix}$$

$$\{d_n\} = \begin{Bmatrix} d_{nx} \\ d_{ny} \\ d_{nz} \end{Bmatrix}$$

ここで、 $[T]^*$ は $[T]$ の転置マトリックスを表す。

3. 解析モデルおよび結果

図-2および図-3に示す。それぞれ集中質量なし、集中質量付きモデルを用いて縮約解析の精度を検討した。図-2では3方向(x, y, z 方向)のすべてのバネ定数(K)を同一値として、その絶対値を変化させている。図-3では集中質点位置の K_y のみを変化させ、他のバネ定数は 10^3 (tf/m)で固定している。ケーブルの諸元は、ヤング係数 2.0×10^7 (tf/m²)、断面積 0.0192 (m²)、単位長さ当たり重量 0.16 (tf/m)、水平張力 820 (tf)である。すべての計算ケースにおいてケーブルを32要素(一次要素)に分割して計算を行った。

図-2に固有振動数、最大ケーブル張力(ケーブルの面内1次モード)の比較結果を示す。端部のバネ定数(K)に関係なく固有振動数の誤差はきわめて小さい。一方、ケーブル張力についてはバネ定数が小さいと誤差が大きくなる。これは、モード形に差が生じているためである。 K が大きい場合には張力の精度も良好であることが分かる。図-3は、集中質量が上下振動する場合のケーブル張力の誤差を示しているが、この場合は十分な精度で張力が評価できていることが分かる。また、固有振動数は両者で良い一致を示した。

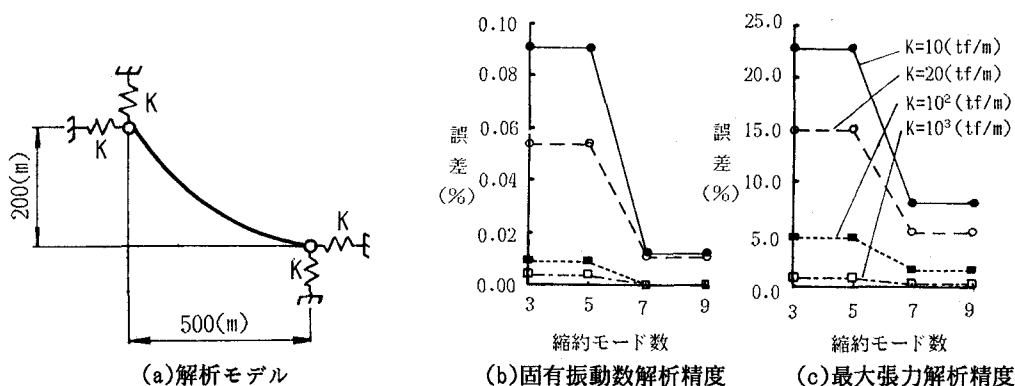


図-2 解析モデルと解析結果の比較(面内1次モード)

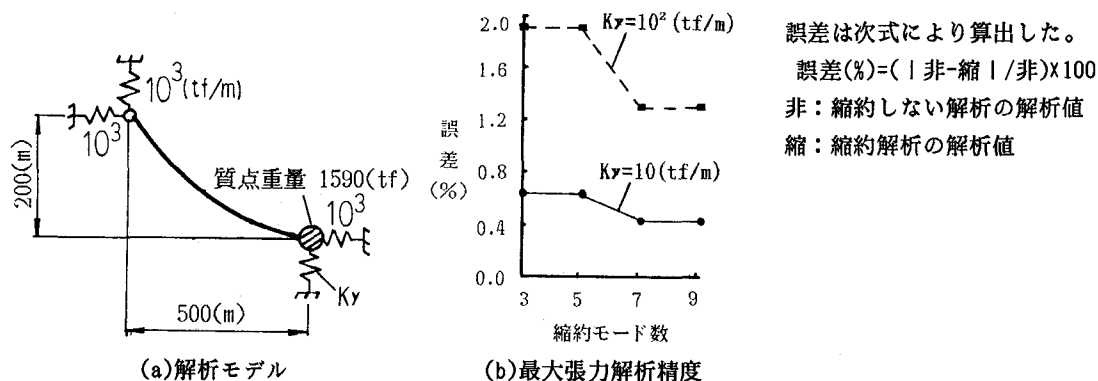


図-3 解析モデルと解析結果の比較(集中質点の上下振動モード)

4. まとめ

単一ケーブルについて、モード座標に変換した縮約解析の精度比較を行った。端部のバネ定数が小さい場合のケーブル張力(モード値)を除いて、十分な精度で解析できることが分かった。

参考文献

長松昭男, モード解析, 培風館, 1985