

長岡技術科学大学大学院 学生員 平山 博

長岡技術科学大学建設系 正 員 林 正

三井造船株式会社 正 員 大森龍一郎

1. まえがき

目標計画法は、与えられた制約条件のもとで複数個の目的関数を、設定された目標値に可能な限り近づけようとする手法である¹⁾。本報告では、目標計画法を様々な最適構造設計問題に応用するための基礎的な検討資料を得ることを目的として、通常の鋼重を単一の目的関数とする最小重量設計問題に、変位を目的関数として加えた多目的問題に非線形目標計画法を適用した場合の収束性や最適解の精度を調べるものである。

2. 非線形目標計画法の基礎式

最適構造設計は、非線形問題になり、この非線形解法には逐次線形計画法(SLP)²⁾を用いることにする。設計変数 x の非線形関数となる目的関数 $f_i(x)$ と制約条件式 $g_j(x)$ を設計点 x^* のまわりでテーラー展開し、その一次の項までとると、非線形目標計画問題は次式のように線形化された問題に変換される。

$$\text{minimize } z = \sum_{k=1}^K P_k \sum_{i=1}^I (w_i^+ d_i^+ + w_i^- d_i^-) \quad (k=1 \sim K \leq I) \quad (1)$$

$$\text{subject to } \left. \begin{array}{l} \nabla f_i(x^*) \cdot \Delta x - d_i^+ + d_i^- = F_i - f_i(x^*) \quad (i=1 \sim I) \\ \nabla g_j(x^*) \cdot \Delta x \leq -g_j(x^*) \quad (j=1 \sim J) \\ x^L - x^* \leq \Delta x \leq x^U - x^*, \quad d_i^+ \geq 0, \quad d_i^- \geq 0 \end{array} \right\} \quad (2, a-e)$$

ここに、 P_k は絶対順位係数、 d_i^+, d_i^- は差異変数、 w_i^+, w_i^- は加重係数、 $\nabla f_i, \nabla g_j$ は感度ベクトル、 F_i は f_i に対する目標値、 x^U, x^L は x の上・下限値である。

3. 最適構造設計への適用

(1) 最適設計問題 目的関数は、鋼種による単価比を考慮した換算鋼重(換算体積)と、指定された節点の変位量とし、最適化の順位を式(1)の P_k で指示する。設計変数には各部材の板幅と板厚を用いる。また、道路橋示方書に規定された応力、活荷重によるたわみ、細長比、鋼板の幅厚比、最小板厚に対する制限を制約条件式に用いる。

(2) 数値計算法 構造解析はマトリックス変位法による立体解析を行い、後退差分を用いて式(2)の感度係数を求める。式(2, b)の応力などに対する制約条件式には4種類の余裕変数を導入して各式を無次元化する。線形化された式(1), (2)は、目標計画法のための拡張されたシンプレックス法¹⁾で解くことができる。したがって、非線形目標計画法にSLPを用いる場合、数値計算には単一目的問題と同じ手法²⁾を用いることができる。なお、最適解の収束条件は、①すべての制約条件が満たされていること、②目的関数の変化率が2回連続して0.001以下になること。ただし、変位の目的関数に対しては許容誤差を0.01とする、③全設計変数の変化率が0.01以下であること、とする。

4. 目標計画法の適用例

(1) 計算例 図-1の3径間連続箱桁橋について計算する。荷重には鋼重(自重)及び一定の満載等分布荷重(5.31tf/m)の2種類の死荷重と19ケースの影響線載荷による活荷重を用いた。なお、図中の数値は部材番号、○は節点番号を示す。部材には図-2の箱形断面を用い、設計変数には数部材ごとに共通変数に選んだ上・下フランジ厚 t_u, t_L とウェブ厚 t_w を用いた。上・下フランジ幅には図中の値を用いて一定とし、ウェブ高 h は全部材で共通変数とした。また、左右対称な位置の部材には同一断面を使用したため、設計変数は28個になった。

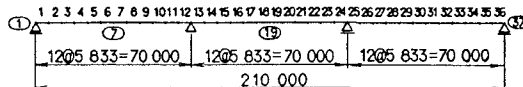


図-1 3径間連続箱桁橋

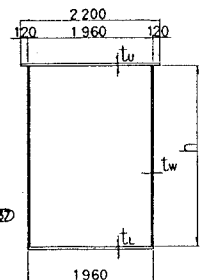


図-2 部材断面

なお、考慮している制約条件式の数は8,000本程度になる。

(2) 変位制約がアクティブでない場合 まず、鋼重(体積)のみを目的関数とする単一目的問題(Case 1-S)を計算する。次に、この計算から得られた側径間と中央径間中央点の死・活荷重によるたわみの値を目標値として、この2変位 δ_7, δ_{19} を優先順位が1位の目的関数、体積を2位の目的関数とする多目的問題(Case 1-M)を目標計画法で計算する。これらの結果は表-1に示す通りであり、目的関数と設計変数の値はともによく一致している。

収束回数は目標計画法の方が多く、これは多目的問題では、変位の目標値を達成した後に体積の最適化を行う順序になっているからであると思われる。このときの収束状態を図-3に示す。

表-1 変位制約がアクティブでない場合の比較
(a) 変位, 換算体積と収束回数 (b) 設計変数

Objective function	Case No.	N	δ_7 (mm) δ_{19} (mm) $V_{opt}(m^3)$	Ratio (%)
Single	1-S	11	0.2277 0.0941 37.3192	
			0.2272 0.0938 37.3217	-0.21 -0.23 0.01
Multi	1-M	18	0.2272 0.0938 37.3217	-0.21 -0.23 0.01
			0.2272 0.0938 37.3217	-0.21 -0.23 0.01

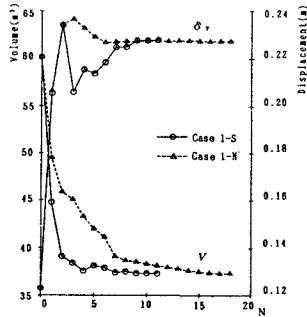


図-3 収束状態

Design variable	No.	Member No.	t, h (mm)	Case 1-S	Case 1-M	Ratio (%)
t, h	1	1		0.01100	0.01180	0.009
	4	2,9		0.01391	0.01382	-0.047
	6	3,8		0.02059	0.02049	-0.486
	9	4,5,6,7		0.02579	0.02568	-0.427
	11	10		0.01100	0.01100	0.000
	14	11		0.01413	0.01403	-0.708
	17	12,13		0.03058	0.03044	-0.393
	20	14		0.01680	0.01670	-0.595
	23	15,16,17		0.01522	0.01513	-0.591
	26	18		0.01396	0.01390	-0.430
	2	1		0.01171	0.01159	-1.025
	5	2,9		0.01566	0.01555	-0.702
	7	3,8		0.02318	0.02307	-0.475
	10	4,5,6,7		0.02905	0.02892	-0.448
t	12	10		0.01235	0.01225	-0.810
	15	11		0.01589	0.01580	-0.566
	18	12,13		0.03445	0.03429	-0.464
	21	14		0.01892	0.01880	-0.634
	24	15,16,17		0.01712	0.01702	-0.584
	27	18		0.01569	0.01562	-0.446
t	3	1,2,9		0.01884	0.01888	0.212
	8	3~8		0.01884	0.01888	0.212
	13	10		0.01548	0.01551	0.194
	16	11		0.01884	0.01888	0.212
	19	12,13		0.01884	0.01888	0.212
	22	14		0.01884	0.01888	0.212
	25	15~18		0.01548	0.01551	0.194
h	28	1~36		2.80000	2.80606	0.233

表-2 変位がアクティブな場合

Objective function	Case No.	Modal No.	δ_c (mm)	N	δ_7 (mm) δ_{19} (mm) $V_{opt}(m^3)$	Ratio (%)
Single	2-S	7	0.18	14	0.1880 0.0880 48.4982	
		19	0.08			
	3-S	7	0.10	35	0.1090 0.0300 70.2752	
		19	0.03			
	4-S	7	0.18	27	0.1000 0.0480 65.3560	
		19	0.08			
	5-S	7	0.18	40*	0.1643 0.0301 58.6101	
		19	0.03			
Multi	2-M	7	0.18	14	0.1796 0.0798 40.5427	-0.22 -0.23 0.11
		19	0.08			
	3-M	7	0.18	15	0.0998 0.0299 70.5136	-0.20 -0.22 0.34
		19	0.03			
	4-M	7	0.10	14	0.1091 0.0620 61.9570	9.08 30.46 -0.58
		19	0.08			
	5-M	7	0.18	21	0.1796 0.0299 58.9988	9.33 -0.71 0.15
		19	0.03			

表-3 1-0法による結果

Objective function	Case No.	Modal No.	δ_c (mm)	N	δ_7 (mm) δ_{19} (mm) $V_{opt}(m^3)$	Ratio (%)
Multi	2-M*	7	0.18	12	0.1796 0.0798 40.5400	-0.21 -0.23 0.10
		19	0.08			
	3-M*	7	0.10	15	0.0998 0.0299 70.5136	-0.20 -0.22 0.34
		19	0.03			
	4-M*	7	0.10	11	0.0998 0.0475 65.6262	-0.20 -0.97 0.41
		19	0.08			
	5-M*	7	0.18	15	0.1739 0.0299 58.6218	5.87 -0.73 0.02
		19	0.03			

注) Ratioは単一目的問題の値に対する増減量の比を表わす。

(3) 変位制約がアクティブな場合 δ_7, δ_{19} に対する制限値(目標値) δ_c を厳しくした場合(Case 2~5)について、(2)と同様に両解法で計算した結果を表-2に示す。Case 2, 3では両解法とも結果はよく一致しているが、Case 4, 5では一致していない。これは、Case 4-S, 5-Sでは一方の制約条件式のみがアクティブになっており、Case 4, 5では単一目的問題と多目的問題では若干異なった問題を扱っているためである。なお、収束回数は目標計画法の方がかなり少ない。このように目標計画法の方が収束性のよい理由は、変位に対する制約条件の取り扱いの違いによるものであると考えられる。

(4) 1-0法 1-0法(式(1)の d_1^+ のみを用いた片側目標計画法で、その目的関数は目標値をその上限値とするが不足することは許される)について検討する。2変位 δ_7, δ_{19} に対する d_1^+ を共に省略して、表-2の変位制約がアクティブな場合に、同じ目標値を用いて1-0法で計算した結果を表-3に示す。Case 5-M*の δ_7 を除けば、最適体積と変位はCase 2-S~5-Sとよく一致している。また、収束回数は単一目的で計算した場合よりもかなり少なく、1-0法は安定性、収束性がよいと言える。したがって、変位制約の厳しい単一目的問題を1-0法で計算すればほぼ同じ最適値が得られて収束回数は大幅に減少する。

5. あとがき 本報告は目標計画法の一応用例に過ぎないが、解法の一つの利点を確かめることができた。さらに、解法多様性を活かした種々の応用が可能であると考えられる。

- 1) 坂和正敏: 線形システムの最適化<一目的から多目的へ>, 森北出版, 1984.
- 2) 玉田和也・林 正: 立体骨組構造物の最適設計, 土木学会第44回年次学術講演会講演概要集, I-149, 1989.