# Ⅰ-378　多目的計画法の構造設計への応用について

室蘭工業大学　学生員　亀廼井寿明　　室蘭工業大学　正員　杉本博之
甲南大学理学部　　中山弘隆

**1．まえがき**　一般の工業最適設計問題の多くは、最小(最大)化したい目的を複数有しているのが一般的である。例えばあるトラス構造物の場合、コストを最小、変位を最小、さらには形状最適化を考える場合においてでも、できるだけ目標形状に近づけたい、などの目的が生じてくる。通常今までの最適設計問題では、これらのうち１つのみを目的関数として取り上げ、他の目的に対しては制約条件に含めて考えるというのが一般的であった。しかし、これらは多目的最適化問題として取り扱ったほうが現実的かつ自然である。

そこで本研究では構造最適設計に多目的計画法（multiobjective programming）の概念を導入し、さらに設計の効率を向上させるために、既存の多目的計画手法を一部改良することを試みた。

**2．多目的計画問題とトレードオフ**　一般に多目的計画問題（ＭＯＰ；multi-objective problem）は次のように定義される。

目的関数　$F(\mathbb{X}) = (f_1(\mathbb{X}),\ f_2(\mathbb{X}),\ ...\ ,\ f_r(\mathbb{X})) \rightarrow \min$　（１）

制約条件　$g_j(\mathbb{X}) \leq 0$　$(j=1\sim m)$　（２）

設計変数　$\mathbb{X} = \{X_1\ \ X_2\ \ ...\ \ X_n\}$　（３）

ここでＭＯＰにおいては、複数の目的を同時に最小化するような解は一般には存在しない。ある目的を改善するためには、必ず他の目的を犠牲にしなければならないというギリギリのラインをパレート解（Pareto solution）[1]と呼ぶ。ＭＯＰでは、このパレート解上で、目的関数の変動量が相互に及ぼす影響を加味して、トレードオフ分析を繰り返しながら、如何に設計を吟味してゆくかが大きな問題となる。

ＭＯＰを解く有効な手法として満足化トレードオフ法[2]が提案されている。この手法では、ほとんどの場合、複数回のトレードオフが要求される。ここで一般の設計問題は、高次の非線形性を有する場合が多く、構造解析に多大な時間を要する。したがって設計効率の向上という点に関して、トレードオフの回数を少なくすることが要求される。そこで、満足化トレードオフ法を一部改良したので、次節でこれを説明する。

**3．改良型満足化トレードオフ法**　改良型満足化トレードオフ法[3]では、ＭＯＰのパレート解を求めるために、次に示すような１目的の補助的スカラー化問題が解かれる。

目的関数　$Z \rightarrow \min$　（４）

制約条件　$g_j(\mathbb{X}) \leq 0$　$(j=1\sim m)$　（５）

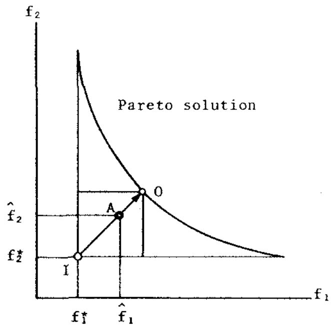
$w_i(f_i(\mathbb{X}) - \hat{f}_i) - (1-\xi_i)Z \leq 0$　$(i=1\sim r)$　（６）

設計変数　$\mathbb{X} = \{X_1\ \ X_2\ \ ...\ \ X_n\}$　（７）

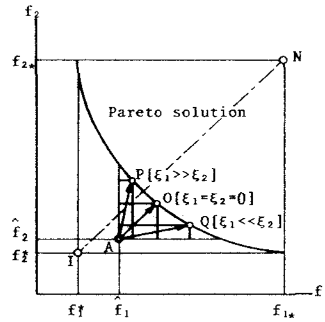
ただし、　$w_i = 1/(f_{i*} - f_i^*)$　$(i=1\sim r)$　（８）

改良型では、従来型に$\xi_i$、$f_{i*}$の２つのパラメーターを追加し、希求水準$\hat{f}_i$との距離（チェビシェフ距離[1]）を最小化する方法でパレート解を求める。希求水準(aspiration level)は、目的関数$f_i(\mathbb{X})$に対してはこの程度の値なら満足できるという目標値を表す。$w_i$は目的関数$f_i(\mathbb{X})$の重みを表し、式(8)で表される。$f_{i*}$は最悪点(nadir point)、$f_i^*$は理想点(ideal point)と呼ばれ、それぞれ$f_i(\mathbb{X})$の考えられる最大値、最小値が与えられる。$\xi_i$は満足度パラメーターと呼ばれ、$f_i(\mathbb{X})$の達成度を調節するためのパラメーターである。従来型と改良型の比較のため、架空の２目的問題を例に、図１、２を用いて説明する。まず従来型であるが、設計者は理想点Ｉと希求水準Ａを設定する。解はＡ点よりＩ－Ａ直線上に探索され、チェビシェフ距離の等高線とパレート解曲線との接点Ｏが最適解となる。次に改良型であるが、Ｉ、Ａ点の他に最悪点Ｎと$\xi_i$を設定する。$\xi_1=\xi_2=0$の時、解はＡ点よりＩ－Ｎ直線と平行に探索(Ｏ点)される。もし$\xi_1=1$、$\xi_2=0$であれば、式(6)において、$f_i(\mathbb{X})$が$\hat{f}_i$以下であるという一般的な制約条件

式に置き換えられる。したがって$\xi_1=1$で、$f_1(\mathbb{X})$の$\hat{f}_1$に対する達成度は100%となる。また$\xi_1$を0～1の間で与えることにより、解の探索方向をコントロールできる。もし$\xi_1>\xi_2$ならば$\hat{f}_1$にウエイトを置いた設計（P点）、また$\xi_2>\xi_1$ならば$\hat{f}_2$にウエイトを置いた設計（Q点）となる。結局$\xi_1$を与えるということは、初期の段階でトレードオフ分析とほぼ同じ操作をすることになり、これを設計者の価値規準で有効に与えることにより、以後のトレードオフの回数を減らすことが可能となる。

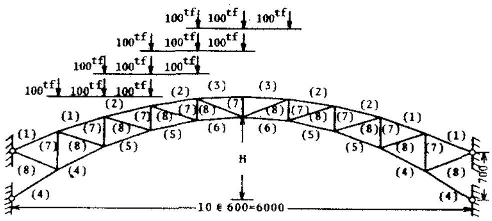



図－１　従来型




図－２　改良型

**４．数値計算例**　改良型満足化トレードオフ法を用いた多目的最適設計例を挙げる。図３に示す39部材トラスを考える。目的関数として、$f_1$:体積（コスト）、$f_2$:クラウンにおける鉛直方向変位（剛性）、および$f_3$:ライズ（景観）を、制約条件としては部材応力をとっている。色々な角度から設計を行った結果を、順番に図４に示す。図中○印は希求水準を、△印は目的関数値を表している。

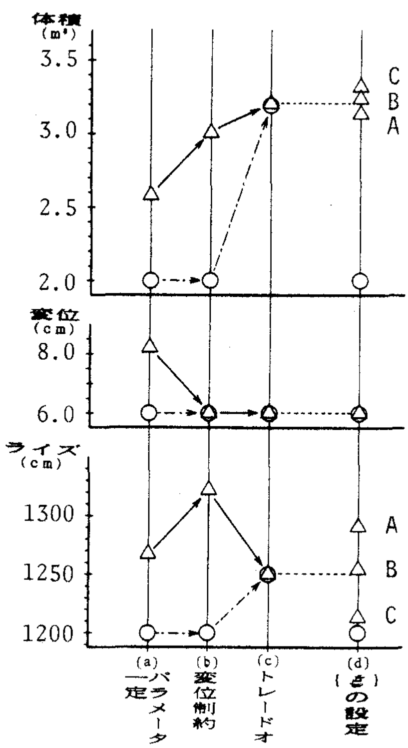



図－３　39部材トラス

まず満足度パラメーターを一定（$\xi_1=0$）として計算を行ったが、結果（a）はどの目的に対しても希求水準を満たしていない。次に変位に注目して、これを$\hat{f}_2$以下に押さえるために$\xi_2$を1に設定する。結果（b）は$\hat{f}_2$は満たしたが、他の目的が犠牲となった。そこで$f_1$と$f_3$に対してトレードオフ（c）を行った。トレードオフは景観重視を考えた。まず、ライズを景観上1250(cm)まで下げたいとする。この改善量に対する体積の緩和量を考慮して新希求水準を設定した。結果は新しい希求水準をほぼ満たしている。

次に（b）において、変位制約と景観重視を同時に考え、図４に示すように$\xi_i$を３種類与えて計算を行い、その結果を（d）に示した。この結果より、$\xi_3$の値を大きくする程$\hat{f}_3$に近い解が得られている。このように、重視したい目的関数の$\xi_i$を、あらかじめ設計者の要求の度合いに応じて与えることにより、トレードオフを行わなくても、設計者の意志を反映した設計が可能であることが分かる。

A:$\xi_1=0.0,\xi_2=1.0,\xi_3=0.3$
B:$\xi_1=0.0,\xi_2=1.0,\xi_3=0.6$
C:$\xi_1=0.0,\xi_2=1.0,\xi_3=0.9$




図－４　設計結果

**５．まとめ**　構造最適設計に、多目的計画法の概念を取り入れることにより、１目的問題として取り扱うのに比べ、広い角度からの設計を行うことが可能になった。また満足化トレードオフ法に、満足度パラメーターを導入することで、一回の計算である程度設計者の要求に近い設計を行えるようになり、これにより以後のトレードオフの回数を減らすことが可能であると考えられる。

**参考文献** 1)田村坦之編;大規模システム,昭晃堂,1986. 2)中山弘隆;多目的計画に対する満足化トレードフ法の提案,計測自動制御学会論文集,Vol.20,1984. 3)亀廼井・杉本・中山;多目的計画法の構造設計への応用に関する基礎的研究,北海道支部論文報告集第47号,1991.