

I-377

補ひずみエネルギー最小化による解析法を利用した材料非線形トラスの最適設計法

愛媛大学大学院 学生会員 林 英 範

愛媛大学工学部 正 会 員 大久保 禎二

1. まえがき

本研究は、トラス構造物のすべての部材が弾性限度を越えた同一の応力レベルで同時にfully stress状態になり崩壊する場合の最適設計問題を、コンプリメンタリーエネルギー最小化による材料非線形解析アルゴリズムを利用して解く方法および、感度係数とLPの手法を用いて解く方法について基礎的な検討を行い、その比較を行ったものである。

2. コンプリメンタリーエネルギー最小化に基づく最適設計法

断面積 $A = [A_1, \dots, A_n]^T$ (n : 部材数) を有するトラス構造物の部材力 P を、材料の非線形性を考慮して全コンプリメンタリーエネルギー Π_C を最小化することにより決定する問題は次のように定式化される。

$$\begin{aligned} \text{find } P, \quad & \text{such that} \quad \Pi_C(P, A) \rightarrow \min \\ & \text{subject to} \quad g = F - CP \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、 $g = [g_1, \dots, g_m]^T$ (m : 自由度の数): 各可動節点における釣合条件式, $P = [P_1, \dots, P_n]^T$: 部材力ベクトル, $F = [F_1, \dots, F_m]^T$: 外力ベクトル, C : P の F 方向への変換マトリックス

一方、部材 i およびトラス全体の重量や製作費などの目的関数 $W_i(A_i)$ および W は次式で表わされるものとする、

$$W_i(A_i) = \rho_i \ell_i A_i, \quad W = \sum_{i=1}^n W_i(A_i) \quad (2)$$

ここに、 ℓ_i : 部材 i の部材長, ρ_i : 部材 i の単位体積当りの目的関数値

トラス構造物の最適設計問題は、式(1)を解きつつ、 $\sum W_i(A_i)$ を最小にする問題を解くことになる。本研究では、すべての部材が弾性限度を越えた同一のレベルで同時にfully stress状態になり崩壊するという条件を設けているので、この条件よりトラスの目的関数 W はトラスの全コンプリメンタリーエネルギー $\Pi_C(\sigma_a)$ と比例することとなり、式(1)において $\sigma_i = P/A = \sigma_a$ の条件、すなわち $A_i = P_i/\sigma_a$ の条件を満足させながら $\Pi_C(P, A)$ を最小化することにより $W(A)$ も最小化されることとなる。したがって、本研究で対象とするトラス構造物の最適設計問題を、次のような全コンプリメンタリーエネルギー最小化問題に変換することができる。

$$\begin{aligned} \text{find } P, \quad & \text{such that} \quad \Pi_C(P, A) = \sum_{i=1}^n \Pi_{C_i}(P_i, A_i) \rightarrow \min \\ & \text{subject to} \quad g = F - CP \\ & \quad A_i = P_i/\sigma_a \quad (i=1, \dots, n) \end{aligned} \quad (3)$$

本研究では、式(3)の最小化問題を、これまでに著者らが開発している全コンプリメンタリーエネルギー最小化によるトラス構造物の非線形解析のアルゴリズムを用いて解いている。

3. 感度係数およびLPを利用した最適設計法

この方法では、設計変数として各部材の断面積 $A = [A_1, \dots, A_n]^T$ (n : 部材数) を考慮し、各部材の応力度が弾性限度を越えた任意のある一定値 (σ_{ai}) ($i=1, \dots, n$) となる条件のもとで、式(2)の目的関数および各可動節点の釣合条件式の感度係数を差分法により求め、これらの感度係数を用いて各可動節点における力の釣合条件および A の下限値の条件を考慮してLP問題を作成し、これを解くことにより ΔA の改良値を求める。この ΔA を用いて A を改良し、これを初期値として再び上記の ΔA の改良を繰り返し、 W が最小値に、また A が一定値に収束した時、最適値 A_{OPT} が得られたものとした。

図-2にその最適化の手順を示す。

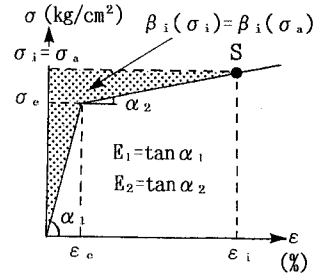


図-1 応力-ひずみ関係

4. 最適設計例および考察

2および3で述べた方法により種々の不静定トラスの最適設計を行ったが、ここでは、図-3に示す6部材および10部材を有する不静定トラスの最適化を行った結果の比較を表-1に示す。なお、非線形材料とし図-1における $E_1=2000000\text{kg/cm}^2$ 、 $E_2=100000\text{kg/cm}^2$ 、 $\sigma_s=2000\text{kg/cm}^2$ と仮定し、 $\rho_s=10\text{g/cm}^3$ 、 $\sigma_s=3000\text{kg/cm}^2$ とした。

コンプリメンタリーエネルギー最小化に基づく方法では、一回の反復改良におけるAの変化があまり大きくないため、最終的な最適解に収束するまでに必要としたPおよびAの反復回数は多くなり、6部材トラスでは83回、10部材トラスでは125回のPおよびAの反復改良により最適解が得られている。ただし、一回の反復改良に要する計算時間はきわめて少ないため、いづれ的设计例においても、能率的に最終解を決定している。

一方、感度係数およびLPを利用した方法では、一回の改良におけるAの変化量がきわめて大きく、いづれ的设计例においても一回の改良でほぼ最適解の近傍に収束している。さらに断面を微量修正した後、6部材トラスで6回、10部材トラスで9回の反復改良により最適解を決定している。また、得られた最適解は、上で述べたコンプリメンタリーエネルギー最小化の方法による最適解と完全に一致している。ただし、この方法では、3および図-2で述べたアルゴリズムから推測されるごとく、一回の反復改良における感度係数の計算に多くの計算時間を必要とするため、最終的な最適解を得るために必要とする計算時間(CPU)は、解析モデルの部材数が多くなるほどコンプリメンタリーエネルギー最小化による方法よりも多くの時間を要している。

5. あとがき

コンプリメンタリーエネルギー最小化に基づく最適設計法は、これまでに著者らが開発してきた全コンプリメンタリーエネルギー最小化によるトラス構造物の材料非線形解析アルゴリズムをそのまま用いて、弾性限度を越えて非線形の応力状態にあるトラス構造物の最適設計を能率的に行える点に大きな特徴がある。今後はこの方法をさらに拡張し、たわみ制約や他の設計条件をも考慮した最適設計法に発展させる予定である。

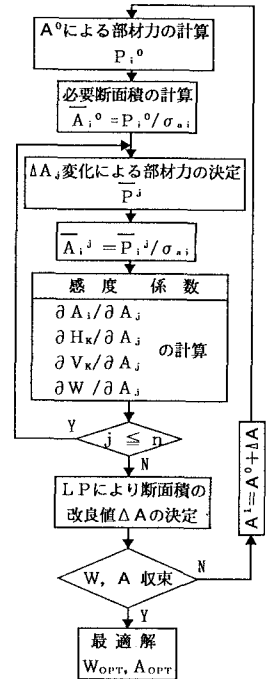


図-2 感度係数およびLPによる最適設計手順

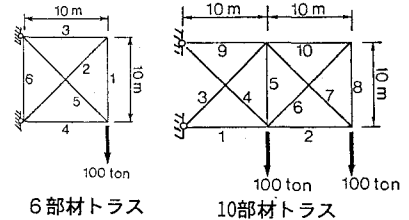


図-3 解析モデル

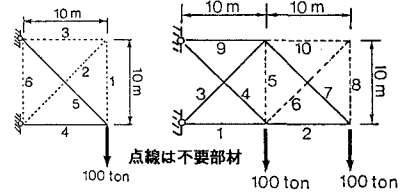


図-4 改良後のトラス

表-1 6部材トラスおよび10部材トラスの最適値

		断面積 (cm ²)	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇	A ₈	A ₉	A ₁₀	重量 (×10kg)	1) ITE (回)	2) CPU (秒)
		初期値													
6部材	C. E. M. ³⁾	$\sigma_s=3000$	0.1	0.1	0.1	33.3	47.0	0.1	—	—	—	—	100.22	83	8.5
	感+LP ⁴⁾	$\sigma_s=3000$	0.1	0.1	0.1	33.2	47.0	0.1	—	—	—	—	100.21	6	8.6
10部材	C. E. M. ³⁾	$\sigma_s=3000$	66.8	33.3	47.0	47.3	0.1	0.1	47.0	0.1	66.6	0.1	366.88	125	18.3
	感+LP ⁴⁾	$\sigma_s=3000$	66.8	33.2	47.0	47.3	0.1	0.3	47.0	0.1	66.6	0.1	367.25	9	54.7

1) 最終解を得るために要した繰り返し回数 2) MX2000による計算時間

3) コンプリメンタリーエネルギー最小化を利用した方法 4) 感度係数およびLPを利用した方法