Ⅰ-366　疲労荷重による累積損傷を受ける構造体の信頼性理論

武蔵工業大学　学生員　金子将士
武蔵工業大学　正会員　吉川弘道
武蔵工業大学　正会員　小玉克巳

１．はじめに

疲労特性を表すＳ－Ｎ曲線の応力パラメーターＳと疲労強度（破壊回数）Ｎの両者の関係は、確定論的に記述されるのが一般的である。ところが、これまでの多くの実験によれば、疲労強度Ｎは大きくばらつきオーダーが異なることも希ではない[1]。一方、作用荷重についても橋梁上を通過する活荷重や波浪などの場合、大小様々に変動することがよく知られている。そこで、本研究はこれら両者をある確率密度関数によって表される確率変数と考え、構造物の使用後ｔ年間における破壊確率を考察するものである。破壊確率の算定に際しては、モンテカルロシミュレーションを用いるとともに、変動応力場での取扱いについては、線形被害則（マイナー則）を準用する。

２．疲労損傷によるマイナー数の求解

構造体に作用する応力負荷Ｓは、頻度関数$f_S(S)$によって表され、実用上の上下限値をS_{max}, S_{min}とする。そして、$f_S(S)$は、例えば、指数分布に従うことを仮定すると、次式であらわされる。

$$f_S(S)=Ce^{-CS} \quad \text{（ただし、Cは正のパラメーター）} \tag{1}$$

また、疲労寿命Ｎは次のようなＳ－Ｎ曲線として表すことが多い。

$$S=\gamma_1-\gamma_2\log N \tag{2}$$

ここで、γ_1、γ_2は定数であり、Ｓ－Ｎ曲線の切片と勾配をとる。
そして、ある微少応力負荷区間$S\sim S+dS$間の作用回数$n(S)$は、あるｔ年次の総作用回数が他の変数に対して独立であるとするならば、ｔ年次までの総作用回数G^*を用いて、次のように表される（図－1(a)）。

$$n^*(S)=G^*f_S(S)\,dS \tag{3}$$

この負荷レベルＳに相当する破壊回数は、$N^*(S)$のように記述する（*は、その変数が確率量となることを示している）。よって、$n(S)$回の疲労荷重によって増加する損傷量は、次のようにマイナー数の増分dMによって表すことができる。

$$dM^*(S)=n^*(S)/N^*(S)=G^*f_S(S)\,dS/N^*(S) \tag{4}$$

ここで、負荷応力を最小値から最大値（$S=S_{min}\sim S_{max}$）まで積分すると、全負荷応力によって累積された損傷量を求めることができる。すなわち、

$$M^*=\int_{S_{min}}^{S_{max}}dM^*(S)=\int_{S_{min}}^{S_{max}}G^*f_S(S)\,dS/N^*(S) \tag{5}$$

一方、式(5)を確定論的に考え、このときのマイナー数をM_0とすれば、これは以下の積分を実行すればよい。

$$M_0=G_0\cdot\int_{S_{min}}^{S_{max}}\frac{C\cdot e^{-C(S-S_{min})}}{10^{[(\gamma 1-S)/\gamma 2]}}\,dS \tag{6}$$

３．モンテカルロシミュレーションによる破壊確率の評価

モンテカルロシミュレーションとは、乱数を用いて数多くの試行を繰り返すことによって破壊確率を求める数値実験手法の一つである。また、シミュレーションにおけるマイナー数の算定に際しては、式(5)の積分範囲$S_{min}\sim S_{max}$をｋ等分して、数値積分を実行する。すなわち、

$$M^*=\sum_{i=1}^{k}n^*(S_i)\Delta S/N^*(S_i) \tag{7}$$

ただし、$\Delta S=|S_{min}-S_{max}|/k$、$n^*(S_i)=G^*\cdot f_S(S_i)$とする。

ここで、注意することは、作用応力S_iにおけるn^*が正規分布、N^*が対数正規分布をもつ確率変数であることである（図−1(b)）。すなわち、

$$n^* = n_0 + \sigma_n \cdot u_1 \quad ---(8)$$
$$\log N^* = \log N_0 + \sigma_N \cdot u_2 \quad ---(9)$$

ここで　n_0：作用回数の平均値　N_0：疲労寿命の平均値
u_1：正規乱数　u_2：対数正規乱数
σ_n：n^*の標準偏差　σ_N：N^*の標準偏差

なる式にて与えられる。そして、パソコン上で生成した一様乱数から、ボックス・ミュラー法または中心極限定理を使用して、正規乱数および対数正規乱数に変換し[2]、破壊するか否かのシミュレーションを実行する。そして、性能関数$Z=M-1$が負のときを非破壊とし、また正または０のときが破壊となり、$L_{max}=2\times10^4$回の試行を行った。最終的に破壊確率P_fは、

$$P_f = k_0 / L_{max} \quad ---------(10)$$

にて算出できる。（k_0は、$Z\geqq0$になる回数とする。）

４．破壊確率の算定結果と考察

以上の定式化に基づき総作用回数の平均値を$G_0=5\times10^4$〜13.5×10^4回まで変化させ、それぞれ$L_{max}=2\times10^4$回の試行によりモンテカルロシミュレーションを実施した。このとき、作用回数n^*と疲労寿命N^*（$\log N^*$）の両者とも変動係数を10％、20％、30％の3とおりに設定し、シミュレーションを行い、その結果を図−2に示した。このことから、次のことが言える。

- 作用回数を増加させると、マイナー数も増加し（両者の平均値は、式(6)に示されるように、線形関係にある）、さらに破壊確率P_fも増加する。
- M_0とP_fの関係は、図−2に示すとおりで、$M_0=1$のとき$P_f=50$％を通過するとともに、その近傍で急激に変化していることがわかる。このとき、作用回数と疲労強度の変動係数が大きいほど、P_f-M_0曲線の勾配は緩やかとなる
- $M_0\cong1$付近で、3曲線は同一の値をとるが、$M_0\leqq1$付近では、変動係数が大きいほど、破壊確率P_fが大きくなり、一方、$M\geqq1$では、変動係数が小さいほど、P_fが小さくなる。
- 本シミュレーションの前提となる応力負荷の分布形$f_s(S)$と疲労特性を表すS−N曲線については、既往の論文を参照して、現実的な値を仮定しているが、両者からシミュレートされた図−2の定量的な妥当性については、さらに検討が必要である。

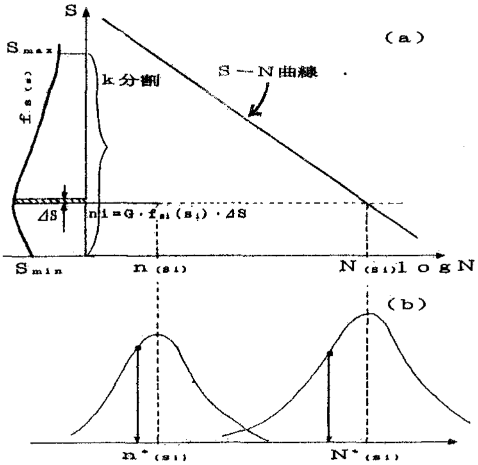

図-1 疲労荷重による累積損傷の考え方

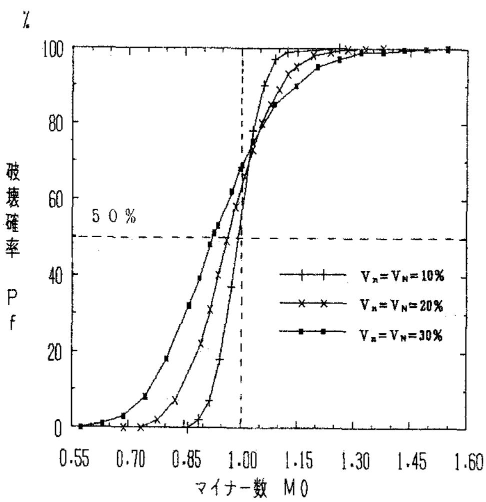

図-2 マイナー数の平均値と破壊確率pfとの関係

参考文献

[1]阪田憲次、矢村潔、西林新蔵：ランダム荷重を受けるコンクリートの疲労特性に関する研究、第７回コンクリート年次講演会論文集、pp317〜320　1985、JCI

[2]田中豊、垂水共之、脇本和昌：パソコン統計解析ハンドブック　（基礎統計編）、共立出版

謝辞　本研究の遂行にあたり、本学応力研究室の皆様に有益な御指導を頂きここに謹んでお礼申し上げます。