Ｉ-358　補修を受けるシステムの信頼性と稼働率の計算手法

清水建設（株）　正 員　藤田 宗久

１．まえがき

多くの土木構造物では過度の荷重作用を受けて損傷した場合、補修が行なわれる。この補修によって、構造物の信頼性は改善できると考えられている。また、原子力発電所や海洋プラットホームのように、点検や補修作業中には稼働できずに利益を生み出せないような設備では、より高い稼働率を維持しようとする。このような背景から、より効率的な補修を行なうためにも、補修を考慮した構造物の供用期間中の信頼性、稼働率を計算する手法が必要である。一般に、構造物は過度の荷重作用を受けた時に損傷する。本報告は、このような過度の荷重作用が互いに独立でまれに発生する場合について上記の計算手法を提案したものである。

２．供用期間中の信頼性

図－１に供用期間Ｔの間にシステムがｍ回の荷重作用を受けて破壊する様子を示す。縦軸は状態インデックスＺで、Ｚ＝１は無損傷を、また、Ｚ＝ｎ＋１はシステムの破壊を表し、損傷の度合いが大きい程Ｚは大きい値になる。荷重作用後には、システムは補修される。この補修作業と次の荷重作用との対をステップと呼ぶ。ｍステップ後のシステムの状態確率ベクトルは次のように定義できる。

$$\underline{S}_m^T = (S_{m1}, \cdots, S_{mi}, \cdots, S_{m,n+1}) \qquad 0 \le S_{mi} \le 1 \qquad \sum_{i=1}^{n+1} S_{mi} = 1 \tag{1}$$

Smiは、ｍステップ後にシステムが状態ｉである確率を表す。$\underline{S}_0$を初期状態確率ベクトル、Ｐを荷重作用による状態遷移行列、Ｑを補修による状態遷移行列とすると、マルコフ連鎖の考え方を使って$\underline{S}_m$は、

$$\underline{S}_m^T = \underline{S}_{m-1}^T \, \mathbf{Q} \, \mathbf{P} = \underline{S}_0^T \, \mathbf{P} \, (\, \mathbf{Q} \, \mathbf{P} \,)^{m-1} \tag{2}$$

と計算できる。また、P,Q は、それぞれ次式のような形となる。

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_{1,1} & \cdots & & & P_{1,n+1} \\ & \ddots & & & \vdots \\ & & P_{i,i} & \cdots P_{i,j} \cdots & P_{i,n+1} \\ & & & \ddots & P_{n,n+1} \\ \mathbf{O} & & & & 1 \end{bmatrix}, \qquad \sum_{j=i}^{n+1} P_{i,j} = 1, \quad P_{i,j} \ge 0 \tag{3}$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & & & \mathbf{O} \\ Q_{2,1} & \ddots & & \\ Q_{i,1} \cdots & Q_{i,j} \cdots & Q_{i,i} & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ 0 \cdots & 0 \cdots & 0 \cdots & 1 \end{bmatrix}, \qquad \sum_{j=1}^{i} Q_{i,j} = 1, \quad Q_{i,j} \ge 0 \tag{4}$$

それぞれの行列の行は、荷重作用前および補修前のシステムの状態を、また列は、事後のシステムの状態を表す。Pi,j はレベルクロッシングの問題として計算される。Qi,j は、次の荷重作用までに状態をｉからｊへ改善する補修が完了する確率である。

システムを構成する各要素は荷重作用毎には補修されないので、要素強度は時間に亘る依存性を持つ。したがって、（２）式で計算するためには、この依存性をPの計算で考慮する必要がある。供用期間Ｔの間にシステムがｍ回の荷重作用を受けて破壊する確率は次式で計算できる。

$$P_f(m,T) = P_L(m,T) \, S_{m,n+1} \tag{5}$$

ここで、$P_L(m,T)$ は、Tの間に荷重作用がｍ回ある確率であり、ポアソン過程に従って作用する場合は、

$$P_L(m,T) = \frac{(\lambda T)^m}{m!} \exp[-\lambda T] \tag{6}$$

以上より、供用期間Ｔ中のシステムの信頼性 R(T) は、次式となる。

$$R(T) = 1 - P_f(T) = 1 - \sum_{m=1}^{\infty} P_f(m,T) \tag{7}$$

３．稼働率の定義と計算手法

時刻 t_L にｍ回目の荷重作用があり、現在の時刻が t である時のシステムの稼働率を次式で定義する。

$$A_m(t) = P(\overline{V}_m(t_L) \cap \overline{RE}(t)) \tag{8}$$

ここで、$\overline{V}_m(t_L)$ は”システムが時刻 t_L までに破壊していない”という事象を表し、$\overline{RE}(t)$ は”時刻 t にシステムが補修中でない”という事象を表す。（図－２参照）　これら２つの事象は互いに独立であるので、各々の事象の発生確率の積を各状態毎に足し合わせることで（８）式を計算できる。

$$A_m(t) = P(\overline{V}_m(t_L,z_1)) + \sum_{i=2}^{n} P(\overline{V}_m(t_L,z_i)) \cdot P(\overline{RE}(t)) \tag{9}$$

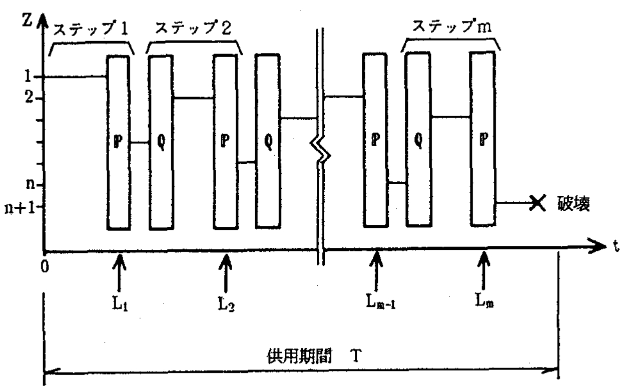
ここで、$P(\overline{V}m(t_L,z_i)) = Smi$ 、$P(\overline{RE}(t,z_i)) = P(T_R < T_P)$ である。

時刻 t におけるシステムの稼働率は、（６）式を用いて、次式で計算できる。

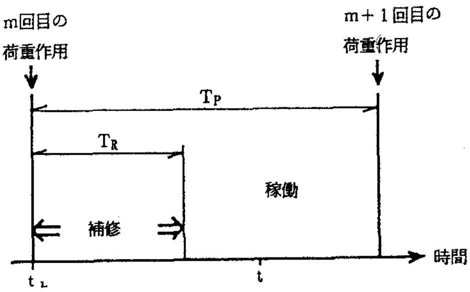
$$A(t) = \sum_{m=1}^{\infty} P_L(m,t)\, A_m(t) \tag{10}$$

４．計算例と今後の展望

ダニエルズシステムを使って、補修がシステムの信頼性と稼働率に与える影響について検討した。その結果、本計算例の条件では、補修作業はシステムの信頼性の改善には殆ど寄与しないことがわかった。これに対して、補修作業は、システムの稼働率に大きな影響を与え、ある程度効率の良い補修を行なわないとシステムの稼働率がかなり低下することがわかった。複雑なシステムでは状態インデックスの定義および**P**の計算が複雑になり、また補修方法のモデル化によって**Q**の計算方法が変わるが、本報告に示した定式化はそのまま使用できる。さらに、ここで定義した稼働率を用いて、効用最大化の観点から最適な補修方法を選択することも可能である。



図－１　供用期間中のシステムの損傷



図－２　荷重作用間の稼働率

＜参考文献＞　Fujita,M.:"Zur Zuverlaessigkeit redundanter Tragsysteme unter Beruecksichtigung der dynamischen Wirkungen bei Komponentenversagen und von Reparaturen geschaedigter Komponenten", Dissertation, Technische Universitaet Muenchen, 1990.