Ⅰ-266　静的不安定性を有する多自由度構造物の動的倒壊判定法

東武鉄道　正員　金沢健一、宇都宮大学　正員　中島章典
宇都宮大学　正員　阿部英彦、東北大学　正員　倉西　茂

１．はじめに

動的荷重を静的な荷重に置き換える従来の耐震設計法の矛盾が指摘されていることから、構造物の真の動的強度に基づいた、より合理的な動的強度設計法を構築する目的で、種々の研究がなされてきている。

著者らも、静的不安定性を有する構造物の動的強度設計法を確立する目的で、この種の最も基本的な１自由度系を対象として種々の検討を行ってきた。その結果、強度パワーと外力パワーとを比較することによって、簡単に系の動的な倒壊判定を行う一方法を提案した[1)]。しかし、実際的な構造物の動的強度設計法を構築するためには、これを多自由度系の倒壊判定法に拡張する必要がある。

そこで本研究では、実際的な構造物を有限の自由度をもつ構造物にモデル化し、これに対して数値計算によるパラメトリック解析を行い、１自由度系の動的倒壊判定法を実際的な構造物の倒壊判定法に拡張することを試みた。

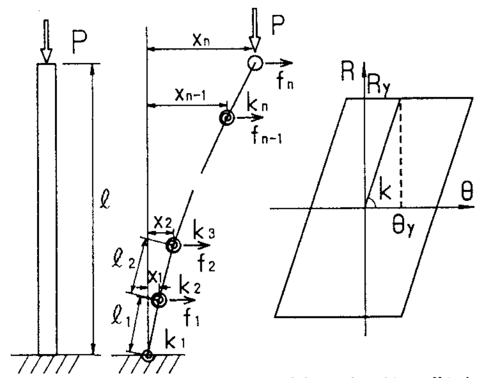
２．実構造物の多自由度系へのモデル化

本研究では、静的不安定性を有する構造物として、図１(a)に示すような静的な鉛直荷重を受けるタワーを対象とし、これを図１(b)のような剛棒および回転ばねからなる有限の自由度にモデル化する。各回転ばね位置におけるモーメントのつり合いを考えれば、次式のような弾性状態の運動方程式が得られる。

$$\mathbf{L}\,\mathbf{M}\,\ddot{\mathbf{x}} + \{\mathbf{K}\,(\mathbf{L}^{T})^{-1} - \mathbf{P}\}\,\mathbf{x} = \mathbf{L}\,\mathbf{f} \qquad (1)$$

ここに$\mathbf{L}$、$\mathbf{x}$、$\mathbf{f}$、$\mathbf{P}$は図１(b)に示す諸量より構成されるマトリックスおよびベクトルとなる。

ここで、１つの剛棒の長さℓ_i（$\ell_i=\ell/n$、n：自由度数）に対応する構造物の部分が弾性体として蓄えるひずみエネルギーと１つの回転ばねが蓄えるひずみエネルギーが等しくなるように弾性時のばね定数k_iを決定する（$k_i=EI/\ell_i$、EI：曲げ剛度）。また、回転ばねの復元モーメント特性を図１(c)のような完全弾塑性型とした場合、その降伏回転変位θ_{yi}は、自由度によらず同じモーメントの大きさで降伏することを考慮して、$\theta_{yi}=\theta_y/n$（θ_y：１自由度系の降伏回転変位）とする。



(a) 等断面タワー　(b) ばねモデル　(c) 回転ばねの復元モーメント特性

図１ 対象構造物とそのモデル化

図２は、等断面のタワーをばね系にモデル化した場合の自由度と座屈荷重との関係を示す。縦軸は座屈荷重を片持柱としての座屈荷重の理論値で無次元化して表している。自由度が増すにつれてばね系の座屈荷重は理論値に漸近しており、このモデル化によって実際の構造物の剛性がある程度の精度で評価されていることがわかる。

次に、タワーをｎ自由度にモデル化した場合、ｎ次までの振動数が実構造物の曲げ振動の振動数に一致するように質量マトリックスを算定する。減衰のない多自由度系の自由振動を表す運動方程式は、

$$\mathbf{M}\,\ddot{\mathbf{x}} + \overline{\mathbf{K}}\,\mathbf{x} = \mathbf{O} \qquad (2)$$

となる。ここに、$\mathbf{M}$が所要の質量マトリックス、$\overline{\mathbf{K}}=\mathbf{L}^{-1}\{\mathbf{K}\,(\mathbf{L}^{T})^{-1}-\mathbf{P}\}$である。タワーが等断面の場合、まず$\mathbf{M}$には対角項のみに同じ値をもつ対角マトリックスを仮定する。式(2)の固有値解析を行って、固有モーダルマトリックス$\boldsymbol{\Phi}$を求める。固有モードの直交性から　$\mathbf{M}'=\boldsymbol{\Phi}^{T}\mathbf{M}\,\boldsymbol{\Phi}$、$\mathbf{K}'=\boldsymbol{\Phi}^{T}\overline{\mathbf{K}}\,\boldsymbol{\Phi}$はそれぞれ対角マトリックスとなる。一方、軸力が作用するタワーの固有円振動数ω_i（$i=1,2\cdots n$）をＦＥＭ等によって求めておけば、$\mathbf{M}'$の対角項が次式によって新たに計算される。

$$M'_{ii} = K'_{ii}/\omega_i^{2} \qquad (3)$$

そこで、求められた$\mathbf{M}'$に対して、$(\boldsymbol{\Phi}^{T})^{-1}\mathbf{M}'\,\boldsymbol{\Phi}^{-1}$を計算することによってこのモデルの質量マトリックス$\mathbf{M}$が求められる。この質量マトリックスは一般に対角マトリックスとはならない。

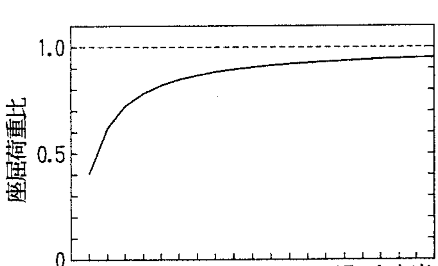


図２ 座屈荷重と自由度の関係

３．等断面タワーのパワー

等断面のタワーを１～１０自由度系にモデル化したときの自由度と、動的終局状態までの外力パワーＬ(以下の式(4)に

よって計算される｝との関係の例を図３に示す。縦軸は外力パワーＬを１自由度系の場合に対する比で表している。ここで、各回転ばねは図１(c)に示すような完全弾塑性型の復元モーメント特性をもつものとし、１次固有円振動数に等しい円振動数ωをもつ正弦波外力が作用する場合を考える。また、静的荷重の大きさはそれぞれ、系の座屈荷重の1/2とする(α=0.5)。モデル化された構造系は、自由度によらず塑性化が基部の回転ばねに集中して倒壊している。履歴減衰エネルギーのために多少ばらつきが見られるが、外力パワーＬは自由度が増すにつれて収束する傾向を示し、１自由度系のパワーに対する１０自由度系のパワーの比は加速度振幅の大きさによらず同程度の値(約0.3)となっていることがわかる。

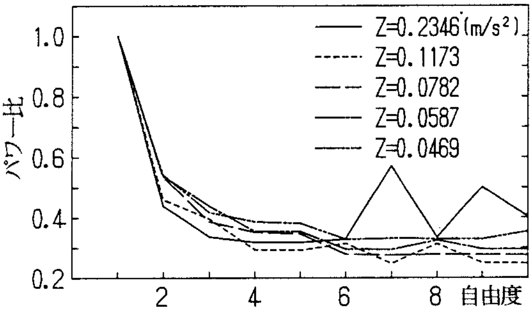


図３ 外力パワーと自由度の関係(等断面タワー)

４．変断面タワーのパワー

図４に示すような変断面タワーを２～１０自由度系にモデル化したときの、外力パワーと自由度との関係を図５に示す。このタワーでは、下部の断面２次モーメントに対する上部の値を0.5としており、いずれも断面変化点のばねに塑性化が集中して倒壊している。図中、１自由度系のパワーは、タワーの上部だけを１自由度系にモデル化した場合の強度パワーより算定したものであり、他の外力パワーはこの値で無次元化して示している。この図から、１０自由度系のパワー比は等断面の場合と同様に約0.3程度であることがわかる。以上のことから、１０自由度系のパワーを１自由度系の値に換算することができると予想される。

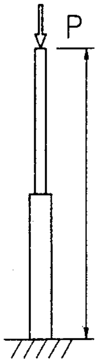


図４ 変断面タワー

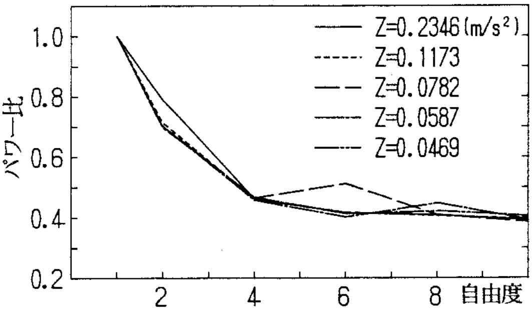


図５ 外力パワーと自由度の関係(変断面タワー)

５．１自由度系を用いた多自由度系の動的倒壊判定法

自由度の増加とともに動的終局状態までの外力パワーの値が収束する傾向を示すことから、１０自由度系を実際の構造物とみなせば、１次の共振振動数をもつ正弦波外力を受ける実際の構造物に対して、次のような動的倒壊判定法を構築することができる。

① 実際の構造物に作用する動的外力のパワーＬを次式により計算する。

$$L = \int_0^{Td} \{Z\sin\omega t\}^2 dt \qquad (4)$$

ここに、Tdは動的外力の継続時間である。

② ①で得られたＬに係数(約1/0.3)をかけて、１自由度系の外力パワーL_1に換算する。

③ 倒壊モードを考えて、実際の構造物を１自由度系にモデル化し、次式により強度パワーS_1を算出する。

$$S_1 = \frac{Z}{m x_m \omega} E_{SU} \qquad (5)$$

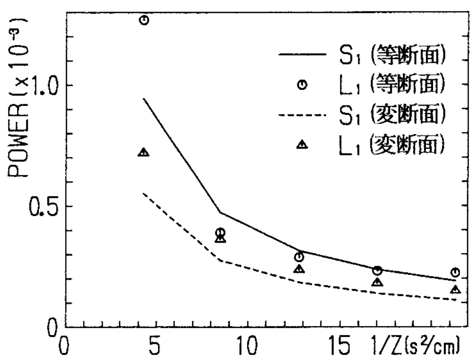


図６ 外力パワーL_1と強度パワーS_1の関係

ここに、mは１自由度系としての質量{=k(1-α)/($\omega\ell$)^2}、E_{SU}は１自由度系としての吸収可能なひずみエネルギー{=Ey(1-α)/α}であり、x_m=0.537xyと表せる[1)]。また、Ey、xyはそれぞれ１自由度系としての回転ばねの降伏ひずみエネルギーおよび降伏変位である。

④ ②、③で得られた１自由度系の強度パワーS_1と外力パワーL_1を比較することによって、実際の構造物の動的倒壊を判定する。

１０自由度系モデルの動的終局状態までの外力パワーＬから求めたL_1と式(5)より計算されるS_1との関係の例を図６に示す。この図から、等断面、変断面タワーともL_1とS_1とが比較的一致していることがわかる。したがって、上述のような方法により実際的な構造物の動的倒壊を判定することができると考えられる。

《参考文献》(1)中島他：劣化型復元力特性を有する構造物の・・・・、構造工学論文集、Vol.36A、1990.3