

I-204 軸対称場における圧縮性粘性流体の解析

三井造船 正員 平野 廣和 佐野 健一
中央大学 学員 高橋 勝利

1. はじめに

近年のコンピュータハードウェアの進歩に伴って、風の流れを扱う流体解析においてもスーパーコンピュータ利用した大規模な3次元解析が行われるようになってきている。しかし、ここで要する計算時間ならびに記憶容量等は膨大な量であり、手軽に解析を行なうには至っていない。一方、現在大規模地下開発計画や新輸送システム開発計画等で、リニアモーターカー輸送システムやカプセル輸送等が各所で計画されている。これらは、ダクトやパイプならびにトンネル等を物体が高速移動することから、ここでの流れの場を把握することは、設計上重要なことである。この解析を行なう場合は、一般に3次元解析を行なうのが望ましいが、前述の理由により手軽に行なえないのが現状である。そこで、このような解析の場が軸対称場にモデル化することができるのであれば、解析効率は大幅に向上することが考えられる。このような背景から本報文では構造解析で実績のある軸対称問題の解析手法に着目し、圧縮性粘性流体の解析を行なうことを試みた。これにより、ワークステーションで解析が可能となり、解析が手軽に行なえるようになった。尚、解析には音速法を用いた2段階陽の有限要素法による圧縮性流れの解析手法を用いた。

2. 軸対称場での圧縮性流れの基礎方程式

圧縮性が存在する流れに対して、圧力 P と密度 ρ の関係は、次の状態方程式で結ばれている。

$$P = K \rho^\gamma \quad (1) \quad c^2 = \partial P / \partial \rho = K \gamma \rho^{\gamma-1} \quad (2)$$

ここで c は音速、 K は比例定数、 γ は比熱比である。ところで、本来の圧縮性の状態方程式は、 $P = \kappa \rho T$ (T : 絶対温度) で表されるが、通常粘性があまり大きくない流体では散逸関数による熱発生及び熱伝導による熱交換を無視することができる。従って、現象が断熱的に進行すると仮定すれば、エネルギー方程式を省略することができ、断熱状態の状態方程式は式(1)で表される。質量保存の式は、円筒座標系(r, z, θ)で表現した後、 z 軸に対して幾何学的対称性を有するとの仮定に元 θ 方向に関して独立として扱う。式(2)を時間 t 及び軸対称の座標系である r, z で微分し、質量保存の式にこれらの関係を代入し整理すると、次の方程式を得ることができ、これを連続の式とする。

$$c_{,t} + u_z c_{,z} + u_r c_{,r} + \frac{\gamma-1}{2} c (u_{z,z} + u_{r,r} + \frac{u}{r}) = 0 \quad (3)$$

ここで u_z, u_r は流速を表す。一方、運動を支配する方程式には圧縮性を考慮した Navier-Stokes の方程式を用いる。式(1)を z, r で微分することにより、次の圧力の微分項に関しての関係をを得ることができる。

$$p_{,z} = c \frac{2}{\gamma-1} \rho c_{,z} \quad (4) \quad p_{,r} = c \frac{2}{\gamma-1} \rho c_{,r} \quad (5)$$

式(4),(5)を Navier-Stokes の方程式に代入して整理すると、次の式を得ることができる。

$$u_{z,t} + u_z u_{z,z} + u_r u_{z,r} + \frac{2}{\gamma-1} + c c_{,z} - \frac{\kappa}{\rho} (u_{z,zz} + u_{r,rz} + \frac{1}{r} u_{r,z}) - \frac{\mu}{\rho} (2 u_{z,zz} + u_{z,rr} + u_{r,rz} + \frac{1}{r} u_{z,r} + \frac{1}{r} u_{r,z}) = \rho f_z \quad (6)$$

$$u_{r,t} + u_z u_{r,z} + u_r u_{r,r} + \frac{2}{\gamma-1} + c c_{,r} - \frac{\kappa}{\rho} (u_{z,rz} + u_{r,rr} - \frac{1}{r^2} u_r + \frac{1}{r} u_{r,r}) - \frac{\mu}{\rho} (2 u_{z,rz} + 2 u_{r,rr} + u_{r,zz} - \frac{2}{r^2} u_r + \frac{2}{r} u_{r,r}) = \rho f_r \quad (7)$$

これらを運動方程式とする。ここで、 κ は体積粘性係数、 μ はせん断粘性係数、 f は外力をそれぞれ表す。

3. 解析手法

軸対称圧縮性流れの運動の方程式(6),(7)と連続の方程式(3)に Galerkin法を適用し、運動の方程式の粘性項に部分積分をほどこした上で有限要素方程式に定式化する。解析領域は三角形要素で離散化し、流速

・音速ともに一次の形状関数で内挿補間する。ところで、両方の式には時間微分項が入っているため、時間方向への離散化を行う。時間方向への離散化には、2段階陽的解法を適用し、有限要素方程式を誘導する。

4. 数値解析例

数値解析例として、ポアジュー流れの解析及び拡大管流れの解析の2種類を実施した。前者の解析モデルを図-1に、解析に用いた係数値を表-1にそれぞれ示す。

図-2は1次元の理論解析結果から求めた理論解と定常状態に達した解析結果との比較であり、実線が理論解○印が解析結果である。両者とも良い一致を示している

拡大管流れの解析モデルを図-3に、解析に用いた係数値を表-2にそれぞれ示す。ここでのレイノルズ数は40である。図-4に定常状態に達したと考えられる無次元時間3.0秒後の流速図と圧力分布図を示す。従来の2次元解析結果によると、拡大部周辺で圧力が負圧になることが知られているが、本解析結果もこれと同様の結果を示していることがわかる。

5. 終りに

本手法により、軸対称場における圧縮性流れの解析ができるようになったと考える。今後は軸対称物体回りの流れの解析を実施し、実験結果等との比較を実施し本手法の有効性をさらに確認することである。

<参考文献>

- 1). 平野・佐野 “閉塞された空間を等加速度運動する角柱に作用する圧力変動の解析”，土木学会第45回年次学術講演会，1990
- 2). 佐野・平野・池ノ内 “閉塞率が高い管路内において傾斜を持った物体に作用する横力について”，機会学会第68期全国大会，1990
- 3). 平野・佐野・池ノ内 “閉塞率が高い管路内に置かれた物体の空力特性について”，機会学会第68期全国大会，1990

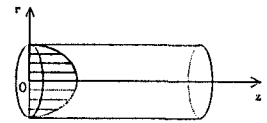


図-1 解析モデル

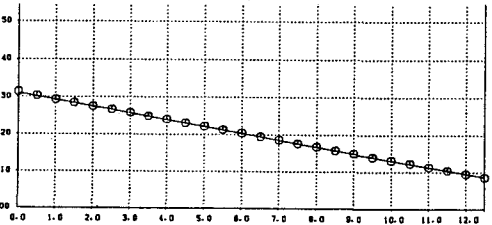


図-2 圧力勾配の比較

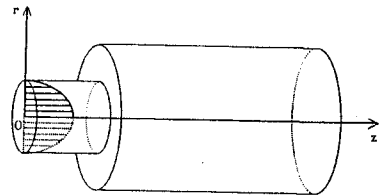


図-3 解析モデル

表-1 解析係数値 (ポアジュー流れ)

γ	1.4
μ	0.00018
κ	-0.00012
ρ (初期条件)	0.0012
c (初期条件)	340.0

表-2 解析係数値 (拡大管路流れ)

γ	1.4
μ	0.012
κ	-0.008
ρ (初期条件)	0.0012
c (初期条件)	340.0

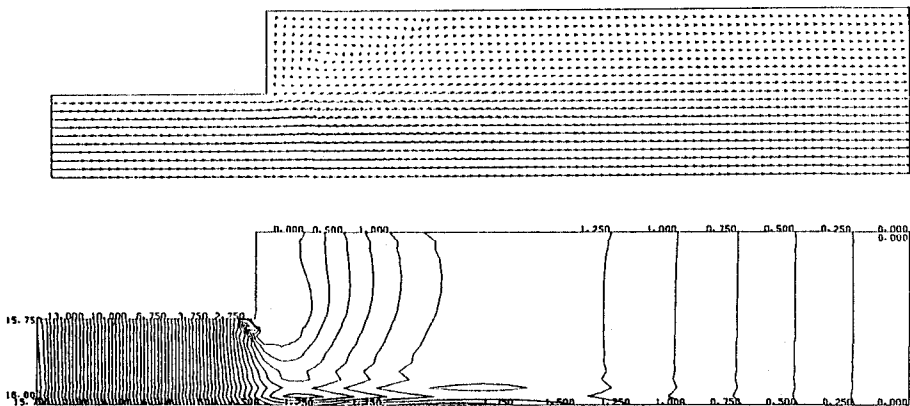


図-4 定常状態の流速分布図と圧力分布図